ចំណេះដឹងគ្រប់វិនាទី

កំរងវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យា

$$\frac{4-x}{1986}+\frac{3-x}{1987}+\frac{2-x}{1988}+\frac{1-x}{1989}=-$$

$$\frac{1}{1+a+ab}+\frac{1}{1+b+bc}+\frac{1}{1+c+ca}=$$

រួមមាន៖

វិញ្ញាសាប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូមធ្យមសិក្សា

វិញ្ញាសាប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូបឋមសិក្សា

វិញ្ញាសាត្រៀមប្រឡងផ្សេងៗ..........

ស្របតាមកម្មវិធីសិក្សាថ្មី

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

វិញ្ញាសាទី១

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

សម័យប្រឡង: ១១ តុលា ២០០២

រយៈពេល: ២ ម៉ោង

1. ក. ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិច $x^2 - 2x + 5 = 0$

ខ. គណនាឫសការេនៃចំនួនកុំផ្លិច $8-6i$ ។

2. ក. គណនាអាំងតេក្រាលមិនកំនត់

$$I = \int \cos^2 x dx \qquad J = \int x \sin x dx$$

ខ. រកព្រីមីទីវនៃអនុគមន៍ $f(x) = 2x(x^3+1)$ ដោយដឹងថាព្រីមីទីវនៃអនុគមន៍នេះស្មើនឹង 3 កាលណា $x=-1$ ។

3. គេអោយអនុគមន៍ $f(x) = \dfrac{x-1}{|x|+1}$

ក. សិក្សាភាពជាប់នៃអនុគមន៍ f ត្រង់ចំណុច $x=0$

ខ. តើអនុគមន៍ f មានដេរីវេត្រង់ចំណុច $x=0$ ដែរឬទេ ?

4. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y''+4y'+4y=0$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ខ. គេអោយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(F): y''+4y'+4y=-4x$ ។

កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដែលអនុគមន៍ $\varphi : x \mapsto ax+b$

ជាចំលើយនៃ (F) ។

5. ក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់ $(0;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ គេមានចំណុច $A(2;2;2)$

$B(2;0;1)$ និង $C(4;1;-1)$

ក. បង្ហាញថាត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ B

ខ. រកសមីការប្លង់ដែលកាត់តាមបីចំណុចនេះ ។

6. គេអោយអនុគមន៍ $y=\dfrac{1}{(x-1)^2}+\dfrac{1}{(x+1)^2}$

ក. សិក្សាទិសដៅអថេរភាព និង សង់ខ្សែកោង (c) តាងក្រាបនៃអនុគមន៍

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង (c) បន្ទាត់ $x=2$ និង $x=5$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ចំលើយ

1. ក. ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិច

$$x^2 - 2x + 5 = 0$$

$$\Delta' = 1 - 5 = -4 = (2i)^2$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = 1 - 2i$$

$$x_2 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = 1 + 2i$$

ដូចនេះ $\boxed{x_1 = 1 - 2i ; x_2 = 1 + 2i}$

ខ. គណនាឫសការេនៃចំនួនកុំផ្លិច $8 - 6i$

តាង $Z = 8 - 6i$

$$= 9 - 6i - 1$$

$$= 3^2 - 2 \cdot 3i + i^2$$

$$= (3 - i)^2$$

គេបាន $\sqrt{Z} = \sqrt{(3 - i)^2}$

$$\Rightarrow Z_1 = 3 - i \;;\; Z_2 = -(3 - i) = -3 + i$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ដូចនេះ $Z_1 = 3 - i ; Z_2 = -3 + i$

2. ក. គណនាអាំងតេក្រាលមិនកំនត់

$$I = \int \cos^2 x dx = \int \frac{1+\cos 2x}{2} dx$$

$$= \frac{1}{2}\int (1+\cos 2x) dx = \frac{1}{2}(x + \frac{1}{2}\sin 2x) + c$$

ដូចនេះ $I = \frac{1}{2}(x + \frac{1}{2}\sin 2x) dx + c$

$$J = \int x \sin x dx$$

តាង $u = x \Rightarrow du = dx$

$$dv = \sin x dx \Rightarrow v = -\cos x$$

តាមរូបមន្ត $\int u dv = uv - \int v du$

គេបាន: $J = -x\cos x - \int -(\cos x) dx$

$$= -x\cos x + \sin x + c$$

ដូចនេះ $J = -x\cos x + \sin x + c$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ខ. រកព្រីមីទីវនៃ f

$$f(x)=2x(x^3+1)$$

ព្រីមីទីវនៃf គឺ F កំនត់ដោយ $F(x)=\int f(x)dx$

$$F(x)=\int 2x(x^3+1)dx$$
$$=\int(2x^4+2x)dx$$
$$=\frac{2}{5}x^5+x^2+c$$

$$F(x)=\frac{2}{5}x^5+x^2+c$$

ដោយ $F(-1)=3 \Leftrightarrow \frac{2}{5}(-1)^5+(-1)^2+c=3$

$$-\frac{2}{5}+1+c=3$$

$$c=3+\frac{2}{5}-1$$

$$c=\frac{15+2-5}{5}$$

$$c=\frac{12}{5}$$

www.facebook.com/7khmer

Fb page : Entertainment And Knowledge

ដូចនេះ $F(x)=\frac{2}{5}x^5+x^2+\frac{12}{5}$

3. គេអោយអនុគមន៍ $f(x)=\frac{x-1}{|x|+1}$

ក. សិក្សាភាពជាប់នៃ f ត្រង់ $x=0$

គេមាន: $f(0)=-1$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-}\left(\frac{x-1}{|x|+1}\right)$$

$$=\lim_{x\to 0^-}\left(\frac{x-1}{-x+1}\right)=\lim_{x\to 0^-}\frac{-(-x+1)}{(-x+1)}$$

$$=\lim_{x\to 0^-}(-1)=-1$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+}\frac{x-1}{|x|+1}$$

$$=\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=-1$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ដោយ $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = f(0) = -1$

ដូចនេះ អនុគមន៍ f ជាប់ត្រង់ចំណុច $x=0$ ។

ខ, តើ f មានដេរីវេត្រង់ $x=0$ ដែរឬទេ ?

តាមរូបមន្តដេរីវេ $f'(x_0) = \lim_{h\to 0} \frac{f(h+x_0)-f(x_0)}{h}$

គេបាន: $f'_-(0) = \lim_{h\to 0^-} \frac{f(h)-f(0)}{h}$

$$= \lim_{h\to 0^-} \frac{\frac{h-1}{|h|+1}+1}{h} = \lim_{h\to 0^-} \frac{h-1+|h|+1}{h(|h|+1)}$$

$$= \lim_{x\to 0^-} \frac{h-1-h+1}{h(-h+1)} = \lim_{x\to 0^-} \left(\frac{0}{-h^2+h}\right) = 0$$

$$f'_+(0) = \lim_{x\to 0^+} \frac{f(h)-f(0)}{h}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{h-1+|h|+1}{h(|h|+1)} = \lim_{x\to 0^+} \frac{h-1+h+1}{h(h+1)}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{2h}{h(h+1)} = \lim_{x\to 0^+} \frac{2}{(h+1)} = 2$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ដោយ $f'_-(0)=0\neq f'_+(0)=2$

ដូចនេះ អនុគមន៍ f មិនមានដេរីវេត្រង់ $x=0$ ទេ ។

4. ក. ដោះស្រាយសមីការ $(E): y''+4y'+4y=0$

មានសមីការសំគាល់: $r^2+4r+4=0$

$$\Delta'=b'^2-ac=2^2-4=0$$

$$\Rightarrow r_0=\frac{-b'}{a}=-2$$

គេបាន: $y=(Ax+B)e^{-2x},(A,B$ ជាចំនួនពិត$)$

ដូចនេះ

$y=(Ax+B)e^{-2x};(A,B\in R)$ ជាអនុគមន៍ចំលើយទូទៅនៃ (E)

ខ. កំណត់តម្លៃ a និង b

គេមាន $F(x): y''+4y'+4y=-4x$

ហើយ $\varphi(x)=ax+b$ ជាចំលើយនៃ (F)

$\Rightarrow \varphi'(x)=a$

$\Rightarrow \varphi''(x)=0$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

គេបាន: $\varphi''(x)+4\varphi'(x)+4\varphi(x)=-4x$

$$0+4a+4(ax+b)=-4x$$

$$0+4a+4ax+4b=-4x$$

$$4ax+4a+4b=-4x$$

$$\Rightarrow\begin{cases}4a=-4\\4a+4b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=1\end{cases}$$

ដូចនេះ $\boxed{a=-1;b=1}$

5. គេអោយចំណុច $A(2;2;2)$, $B(2;0;1)$ និង $C(4;1;-1)$

គេបាន: $\overrightarrow{BA}(0;2;1)$, $\overrightarrow{BC}(2;1;-2)$

ក. បង្ហាញថាត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ B

$$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=0\cdot2+2\cdot1+1(-2)$$

$$=2-2=0$$

ដោយ $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=0$

$\Rightarrow BA\perp BC$ ត្រង់ B

ដូចនេះ $\boxed{\text{ត្រីកោណ } ABC \text{ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ } B}$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ខ. រកសមីការប្លង់ដែលកាត់តាមបីចំណុចនេះ

$$\overrightarrow{BA}\times\overrightarrow{BC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 2 & 1\\ 2 & 1 & -2\end{vmatrix}=-5\vec{i}+2\vec{j}-4\vec{k}$$

ប្លង់ (ABC) កាត់តាម $A(2;2;2)$ ហើយកែងនឹងវ៉ិចទ័រ

$\overrightarrow{BA}\times\overrightarrow{BC}(-5;2;-4)$ កំណត់ដោយៈ

$$(ABC):-5(x-2)+2(y-2)-4(z-2)=0$$

$$-5x+2y-4z+10-4+8=0$$

$$-5x+2y-4z+14=0$$

$$5x-2y+4z-14=0$$

ដូចនេះ $\boxed{(ABC):5x-2y+4z-14=0}$

6. គេអោយ $y=\dfrac{1}{(x-1)^2}+\dfrac{1}{(x+1)^2}$

ក. សិក្សាទិសដៅអថេរភាព និង សង់ខ្សែកោង (c)

ដែនកំណត់ $D_f=R-\{-1;1\}$

ទិសដៅអថេរភាព

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$f'(x)=\frac{-2}{(x-1)^3}+\frac{-2}{(x+1)^3}$$

$$=\frac{-2(x+1)^3-2(x-1)^3}{(x^2-1)^3}$$

$$=\frac{-2(x^3+3x^2+3x+1)-2(x^3-3x^2+3x-1)}{(x^2-1)^3}$$

$$=\frac{-4x^3-12x}{(x^2-1)^3}=\frac{-4x(x^2+3)}{(x^2-1)^3}=\frac{-4x(x^2+3)}{(x^2-1)^2(x^2-1)}$$

បើ $f'(x)=0 \Leftrightarrow \frac{-4x(x^2+3)}{(x^2-1)^3}=0$ ដោយ $\frac{x^2+3}{(x^2-1)^2}>0$

$-4x=0$ $\forall x\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow x=0$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$-4x$		+		+	0	−		−	
x^2-1		+	0	−		−	0	+	
$f'(x)$		+	‖	−		+	‖	−	

www.facebook.com/7Khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

· តំលៃបរមាៈ $f(0)=2$

<u>គណនាលីមីត និង អាស៊ីមតូត</u>

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\left[\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{1}{(x+1)^2}\right]=0$$

$$\lim_{x\to-1} f(x)=\lim_{x\to-1}\left[\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{1}{(x+1)^2}\right]=+\infty$$

$$\lim_{x\to1} f(x)=\lim_{x\to1}\left[\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{1}{(x+1)^2}\right]=+\infty$$

<u>អាស៊ីមតូត</u>

ដោយ $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=0$

$\Rightarrow$ បន្ទាត់ $y=0$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (c) ។

ដោយ $\lim_{x\to-1} f(x)=+\infty$ និង $\lim_{x\to1} f(x)=+\infty$

$\Rightarrow$ បន្ទាត់ $x=-1$ និង $x=1$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (c) ។

<u>តារាងអថេរភាពនៃ f</u>

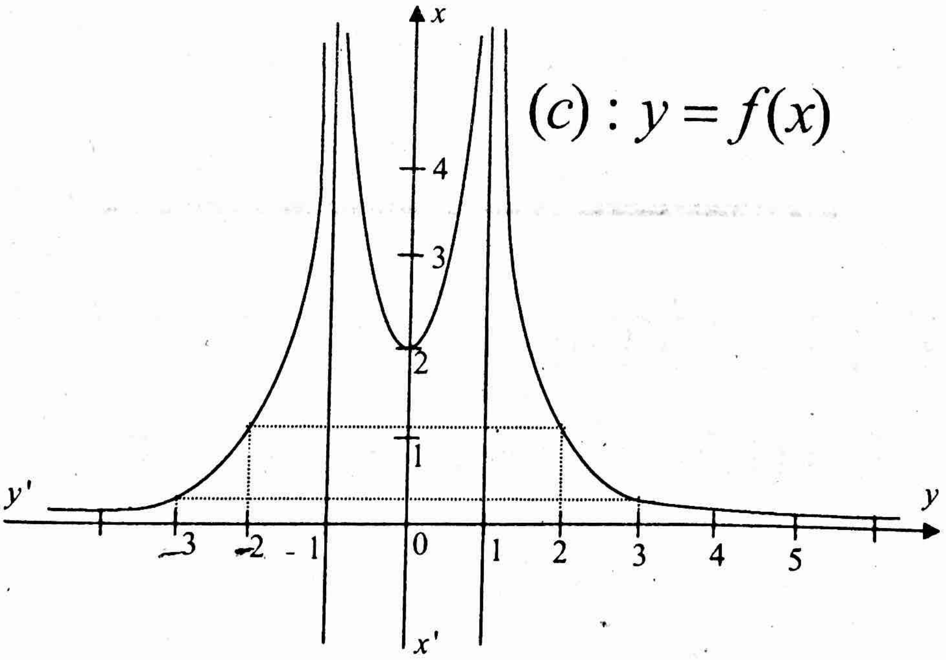
www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	‖	$-$	
$f(x)$	0	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

សង់ក្រាប (c)

តារាងតម្លៃលេខជំនួយ

x	-3	-2	2	3
y	0,3	1,1	1,1	0,3



www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ខ. គណនាក្រឡាផ្ទៃខណ្ឌដោយខ្សែកោង (c) បន្ទាត់ $x = 2$ និង $x = 5$

$$S = \int_2^5 f(x)dx = \int_2^5 \left[\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x+1)^2}\right]dx$$

$$= \left(\frac{-1}{x-1} + \frac{-1}{x+1}\right)\Big|_2^5 = \left(\frac{-1}{4} + \frac{-1}{6}\right) - \left(-1 + \frac{-1}{3}\right)$$

$$= \frac{-3-2}{12} - \frac{-12-4}{12} = \frac{-5}{12} + \frac{16}{12} = \frac{11}{12}$$

ដូចនេះ $\boxed{S = \frac{11}{12}}$ (ឯកតាផ្ទៃ)

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

វិញ្ញាសាទី២

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

សម័យប្រឡងៈ ១៥ តុលា ២០០៣

រយៈពេលៈ ២ ម៉ោង

1. ក. សរសេរចំនួនកុំផ្លិចជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ $1+i\sqrt{3}$

   ខ. ដោះស្រាយសមីការៈ $|Z|-Z=1+2i$ (Z ជាចំនួនកុំផ្លិច)

2. ក. គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ $f(x)=x^5-2x^4+3x^3-2$

   ខ. កំណត់ដេរីវេទី n នៃអនុគមន៍ $h(x)=x^n$, $(n\in N^*)$

3. រកព្រីមីទីវ $F(x)$ នៃអនុគមន៍ $f(x)=\cos x$ ដែលខ្សែកោងតាង $F(x)$ កាត់តាមចំណុច $A(\frac{\pi}{2};0)$ ។

4. រកចំលើយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌដែលអោយៈ

   $y''-3y'+2y=0$, $y(1)=1$ និង $y'(1)=3$

5. គេអោយអនុគមន៍ $f(x)=\dfrac{ax^2+bx}{x^2-4x+3}$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ក. រកតម្លៃ a និង b ដោយដឹងថាអនុគមន៍មានតម្លៃអប្បបរមា ស្មើ 4 ត្រង់ $x=2$ ។

ខ. សិក្សាទិសដៅអថេរភាព និង សង់ខ្សែកោងនៃអនុគមន៍ $f(x)$ ចំពោះតម្លៃ a និង b ដែលរកឃើញ ។

6. ក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់ $(0;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ គេអោយប្លង់ពីរ (α) និង(β) មានសមីការរៀងគ្នាៈ

$$3x-2y+2z-5=0 \text{ និង } 4x+5y-z+1=0 \text{ ។}$$

ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថាប្លង់ (α) អរតូកូណាល់ប្លង់ (β)

ខ. សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែតបន្ទាត់ប្រសព្វនៃប្លង់ (α) និង (β)

7. គេអោយ $\overrightarrow{AC}=k\cdot\overrightarrow{CB}$ ដែល $k\neq-1$ ហើយ O គឺជាចំណុចមួយនៃប្លង់ ។ បង្ហាញថាៈ $\overrightarrow{OC}=\dfrac{\overrightarrow{OA}+k\cdot\overrightarrow{OB}}{k+1}$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ចំលើយ

1. ក. សរសេរចំនួនកុំផ្លិចជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

$$1+i\sqrt{3}=2\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

ដូចនេះ

$$\boxed{1+i\sqrt{3}=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)}$$

ខ. ដោះស្រាយសមីការ $|Z|-Z=1+2i$

តាង $Z=a+bi\Rightarrow |Z|=\sqrt{a^2+b^2}$

គេបាន:

$$|Z|-Z=1+2i$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2}-(a+bi)=1+2i$$

$$\sqrt{a^2+b^2}-a-bi=1+2i$$

$$\Rightarrow \begin{cases}\sqrt{a^2+b^2}-a=1\\ -b=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{a^2+b^2}=a+1\\ b=-2\end{cases}$$

នាំអោយ $\sqrt{a^2+(-2)^2}=a+1$

$$a^2+4=(a+1)^2$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$a^2+4=a^2+2a+1$$

$$2a=4-1=3$$

$$a=\frac{3}{2}$$

ដូចនេះ $Z=\frac{3}{2}-2i$ ជាឫសសមីការ

2. ក. រកដេរីវេនៃអនុគមន៍ f

$$f(x)=x^5-2x^4+3x^3-2$$

$$\Rightarrow f'(x)=5x^4-8x^3+9x^2$$

ដូចនេះ $f'(x)=5x^4-8x^3+9x^2$

ខ. កំណត់ដេរីវេទី n នៃអនុគមន៍ $h(x)=x^n$, $(n\in N^*)$

$$h(x)=x^n$$

$$\Rightarrow h'(x)=nx^{n-1}$$

$$h''(x)=n(n-1)x^{n-2}$$

$$h'''(x)=n(n-1)(n-2)x^{n-3}$$

គេបាន: $h^{(n)}=n(n-1)(n-2)\cdot\ldots\ldots\cdot[n-(n-1)]x^{n-n}$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$= n(n-1)(n-2)\cdot\ldots\ldots\cdot 1 = n!$$

ដូចនេះ $\boxed{h^{(n)} = n!}$, $(n \in N^*)$

3. រកព្រីមីទីវ $F(x)$ នៃអនុគមន៍ $f(x) = \cos x$

$$F(x) = \int f(x)dx$$
$$= \int \cos x dx$$
$$= \sin x + c$$

ដោយ $F(x)$ កាត់តាមចំណុច $A(\frac{\pi}{2};0)$

$$\Rightarrow F(\frac{\pi}{2}) = 0$$

$$\sin\frac{\pi}{2} + c = 0$$

$$1 + c = 0 \Rightarrow c = -1$$

ដូចនេះ $\boxed{F(x) = \sin x - 1 \text{ ជាព្រីមីទីវនៃ } f}$

4. រកចំលើយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ

$y''-3y'+2y = 0$ មានសមីការសំគាល់ $r^2 - 3r + 2 = 0$

www.facebook.com/7khmer

Fb page : Entertainment And Knowledge

ចូលរាង $a+b+c=0$ គឺ $1-3+2=0$

$$\Rightarrow r_1=1; r_2=\frac{c}{a}=2$$

គេបាន: $y=Ae^{x}+Be^{2x}, (A,B\in R)$

$$\Rightarrow y'=Ae^{x}+2Be^{2x}$$

ដោយគេដឹងថា $\begin{cases} y(1)=1 \\ y'(1)=3 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} Ae+Be^{2}=1 \\ Ae+2Be^{2}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=-e^{-1} \\ B=2e^{-2} \end{cases}$$

គេបាន: $y=-e^{-1}\cdot e^{x}+2e^{-2}\cdot e^{2x}$

$$=-e^{x-1}+2e^{2x-2}$$

ដូចនេះ

$y=-e^{x-1}+2e^{2x-2}$ ជាចំលើយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

5. គេអោយអនុគមន៍ $f(x)=\dfrac{ax^{2}+bx}{x^{2}-4x+3}$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ក. រកតម្លៃ a និង b

$$f'(x)=\frac{(2ax+b)(x^2-4x+3)-(ax^2+bx)(2x-4)}{(x^2-4x+3)^2}$$

ដោយ f មានតម្លៃអប្បបរមាស្មើ 4 ត្រង់ $x=2$

គេបាន $\begin{cases} f'(2)=0 \\ f(2)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -(4a+b)=0 \\ -(4a+2b)=4 \end{cases}$ (ព្រោះ $f''(x_0)>0$)

$\Leftrightarrow \begin{cases} -4a-b=0 \\ 4a+2b=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-4 \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{a=1; b=-4}$

ខ. សិក្សាទិសដៅអថេរភាព និង សង់ខ្សែកោងនៃអនុគមន៍ f

$$f(x)=\frac{x^2-4x}{x^2-4x+3}$$

ដែនកំណត់ $D_f=R-\{1;3\}$

ទិសដៅអថេរភាព

$$f'(x)=\frac{(2x-4)(x^2-4x+3)-(2x-4)(x^2-4x)}{(x^2-4x+3)^2}$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$= \frac{(2x-4)(x^2-4x+3-x^2+4x)}{(x^2-4x+3)^2}$$

$$= \frac{3(2x-4)}{(x^2-4x+3)^2}$$

ដោយ $(x^2-4x+3)^2 \rangle 0 \ , \forall x \in D_f$

នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $2x-4$ ។

បើ $f'(x)=0 \Leftrightarrow 2x-4=0 \Rightarrow x=2$

សញ្ញានៃ $f'(x)$

x	$-\infty$	1		2		3	$-\infty$
$f'(x)$	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$

តម្លៃបរមាៈ $x=2$; $f(2)=4$

លីមីត និង អាស៊ីមតូត

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2-4x}{x^2-4x+3} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

$\Rightarrow$ បន្ទាត់ $y=1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (c) ។

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$\lim_{x\to1} f(x)=\lim_{x\to1}\frac{x^2-4x}{x^2-4x+3}=\frac{-3}{0}=\pm\infty$$

$$\lim_{x\to3} f(x)=\lim_{x\to3}\frac{x^2-4x}{x^2-4x+3}=\frac{-3}{0}=\pm\infty$$

ដោយ $\lim_{x\to1} f(x)=\pm\infty$ និង $\lim_{x\to3} f(x)=\pm\infty$

$\Rightarrow$ បន្ទាត់ $x=1$ និង $x=3$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (c) ។

តារាងអថេរភាពនៃ f

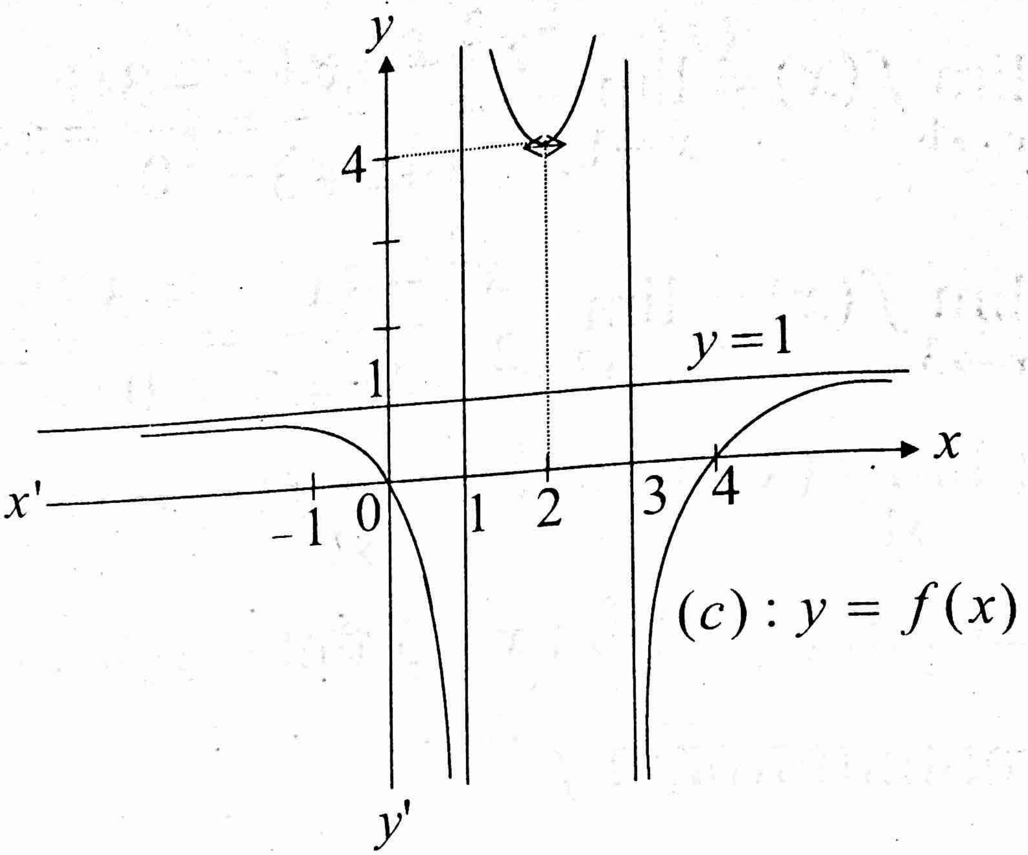
x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$	
$f(x)$	1	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	1

សង់ខ្សែកោង (c)

រក $(c)\cap(x'ox)$: $y=0$: $x^2-4x=0$

$$\Rightarrow x=0; x=4$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge



6. គេមាន $(\alpha): 3x - 2y + 2z - 5 = 0$

$(\beta): 4x + 5y - z + 1 = 0$

ស្រាយបញ្ជាក់ថាប្លង់ (α) និង ប្លង់ (β) អរតូកូណាល់នឹងគ្នា

ដោយប្លង់ (α) មានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}_1(3;-2;2)$

ប្លង់ (β) មានវ៉ិទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}_2(4;5;-1)$

គេបាន $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 12 - 10 - 2 = 0$

ដោយ $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Rightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \quad (1)$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ម្យ៉ាងទៀត $\begin{cases}(\alpha)\perp\vec{n}_1\\(\beta)\perp\vec{n}_2\end{cases}$ (2)

តាម (1) និង (2) បង្ហាញថា $(\alpha)\perp(\beta)$

ដូចនេះ បង្ហាញថាប្លង់ (α) អរតូកូណាល់នឹងប្លង់ (β) ។

ខ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ារ៉ាម៉ែតប្រសព្វនៃប្លង់ (α) និងប្លង់ (β)

$$\begin{cases}3x-2y+2z-5=0\\4x+5y-z+1=0 \quad \times 2\end{cases}$$

$$11x+8y-3=0$$

តាង $x=t\ ;\ (t\in R)$

$$\Rightarrow y=\frac{3-11t}{8}=\frac{3}{8}-\frac{11}{8}t$$

$$4t+5\left(\frac{3}{8}-\frac{11}{8}t\right)-z+1=0$$

$$4t+\frac{15}{8}-\frac{55}{8}t-z+1=0$$

$$\frac{32t-55t}{8}-z+\frac{15+8}{8}=0$$

$$\frac{-23t}{8}-z+\frac{23}{8}=0$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$z=\frac{23}{8}-\frac{23}{8}t$$

ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់ប៉ារ៉ាម៉ែតគឺ

$$(d): x=t; y=\frac{3}{8}-\frac{11}{8}t; z=\frac{23}{8}-\frac{23}{8}t, (t\in R)$$

7. បង្ហាញថា $\overrightarrow{OC}=\dfrac{\overrightarrow{OA}+k\cdot\overrightarrow{OB}}{k+1}$

គេមាន $\overrightarrow{AC}=k\cdot\overrightarrow{CB}$

$$\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OC}=k\cdot(\overrightarrow{CO}+\overrightarrow{OB})$$

$$\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}=k(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC})$$

$$\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}=k\cdot\overrightarrow{OB}-k\cdot\overrightarrow{OC}$$

$$k\cdot\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+k\cdot\overrightarrow{OB}$$

$$(k+1)\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+k\cdot\overrightarrow{OB}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OC}=\frac{\overrightarrow{OA}+k\cdot\overrightarrow{OB}}{k+1}$$

ដូចនេះ បង្ហាញថា

$$\overrightarrow{OC}=\frac{\overrightarrow{OA}+k\cdot\overrightarrow{OB}}{k+1}$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

វិញ្ញាសាទី៣

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

សម័យប្រឡង: ១៧ តុលា ២០០៤

រយៈពេល: ២ ម៉ោង

1. ក. រកចំនួនពិត x និង y ដើម្បីបំពេញលក្ខខណ្ឌ:

$$(x+y)+(2x-y)i = 2-5i$$

ខ. ចូរសរសេរ $(1+i\sqrt{3})^{10}$ ជារាង $a+bi$ ។

2. ក. រកក្រឡាផ្ទៃ S ដែលកំណត់ដោយខ្សែកោង: $y=\sin x$ ដោយ $0 \le x \le 3\pi$ ជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

*ខ. គណនាអាំងតេក្រាលមិនកំណត់:

$$I = \int x\cos x dx \quad , \quad J = \int \frac{5}{5x-7} dx$$

3. ✓ក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់ គេមានចំណុចបី : $A(1;4;2)$, $B(2;1;3)$ និង $C(-2;2;-1)$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡា ΔABC រួចបង្ហាញថាត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណកែង ។

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

4. គេសរសេរលេខ 1;2;3;4;5;6;7;8;9 រៀងគ្នាលើកាត់ 9 ។ គេចាប់យកកាត់នេះម្តងមួយៗពីផង់ចំនួន3 កាត់ មកតំរៀបតាមលំដាប់ដែលចាប់បាន ។

ក. រកប្រូបាបដើម្បីអោយកាត់ទាំងបីដែលចាប់បាន បង្កើតបានជាចំនួន 123 ។

ខ. រកប្រូបាបដើម្បីអោយកាត់ទាំងបីដែលចាប់បាន បង្កើតបានជាចំនួនចែកដាច់នឹង 125 ។

5. គណនាតម្លៃអតិបរមា អប្បបរមា និង ចំណុចរបត់របស់ខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ $y = 3xe^{-x^2}$ រួចសង់ខ្សែកោង (c) តាងអនុគមន៍

6. គេអោយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'+2y = x^2$ ។

ក. កំណត់អនុគមន៍ពហុធា g មានសមីការដឺក្រេទី2 ជាចំលើយសមីការ (E) ។

ខ. បង្ហាញថាអនុគមន៍ f ជាចំលើយនៃសមីការ (E) លុះត្រាតែ $f-g$ ជាចំលើយនៃសមីការ $(E'): y'+2y = 0$ ។

គ. ដោះស្រាយសមីការ(E') ។ ទាញរកចំលើយនៃសមីការ (E) ។

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ចំលើយ

1. ក. រកចំនួនពិត x និង y

គេមាន $(x+y)+(2x-y)i=2-5i$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ 2x-y=-5 \end{cases} +$$

$$3x=-3$$

$$\Rightarrow x=-1$$

$$\Rightarrow y=2+1=3$$

ដូចនេះ $\boxed{x=-1; y=3}$

ខ. សរសេរ $(1+i\sqrt{3})^{10}$ ជារាង $a+bi$

គេមាន $1+i\sqrt{3}=2\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$$=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

គេបាន $(1+i\sqrt{3})^{10}=\left[2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)\right]^{10}$

$$=2^{10}\left(\cos\frac{10\pi}{3}+i\sin\frac{10\pi}{3}\right)$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$=2^{10}\left[\cos(3\pi+\frac{\pi}{3})+i\sin(3\pi+\frac{\pi}{3})\right]$$

$$=2^{10}\left(-\cos\frac{\pi}{3}-i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

$$=2^{10}\left(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$=-2^9-2^9\sqrt{3}i$$

ដូចនេះ $\boxed{(1+i\sqrt{3})^{10}=-2^9-2^9\sqrt{3}i}$

2. ក. រកផ្ទៃក្រឡា S

$$S=\int_0^{3\pi}|\sin x|dx$$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{5\pi}{2}$	3π
$\lvert\sin x\rvert$	$\sin x$	$\sin x$	$-\sin x$	$-\sin x$	$\sin x$	$\sin x$	

គេបាន $S=\int_0^{3\pi}|\sin x|dx=\int_0^{\pi/2}\sin xdx+\int_{\pi/2}^{\pi}\sin xdx$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$-\int_{\pi}^{3\pi/2}\sin x\,dx-\int_{3\pi/2}^{2\pi}\sin x\,dx+\int_{2\pi}^{5\pi/2}\sin x\,dx$$

$$+\int_{5\pi/2}^{3\pi}\sin x\,dx=(-\cos x)\Big|_{0}^{\pi/2}+(-\cos x)\Big|_{\pi/2}^{\pi}$$

$$-(-\cos x)\Big|_{\pi}^{3\pi/2}-(-\cos x)\Big|_{3\pi/2}^{2\pi}+(-\cos x)\Big|_{2\pi}^{5\pi/2}$$

$$+(-\cos x)\Big|_{5\pi/2}^{3\pi}=(0+1)+(1-0)-(0-1)-(-1+0)$$

$$+(0+1)+(1+0)=1+1+1+1+1+1=6$$

ដូចនេះ $S=6$ (ឯកតាផ្ទៃ)

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ខ. គណនាអាំងតេក្រាលមិនកំណត់៖

$$I = \int x\cos x dx$$

តាង $u = x \Rightarrow du = dx$

$$dv = \cos x dx = v = \sin x$$

តាមរូបមន្ត $\int u dv = uv - \int v du$

គេបាន $I = \int x\cos x dx = x\sin x - \int \sin x dx$

$$= x\sin x + \cos x + c$$

ដូចនេះ $\boxed{I = x\sin x + \cos x + c}$

$$J = \int \frac{5}{5x-7} dx = \ln|5x-7| + c$$

ដូចនេះ $\boxed{J = \ln|5x-7| + c}$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

3. គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC

គេមាន $\overrightarrow{AB}(1;-3;1)$, $\overrightarrow{AC}(-3;-2;-3)$

បាន $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & -3 & 1\\ -3 & -2 & -3\end{vmatrix}=11\vec{i}-11\vec{j}$

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right\|$$

ដោយ $\left\|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right\|=\sqrt{11^2+(-11)^2}=11\sqrt{2}$

$$\Rightarrow S_{ABC}=\frac{11\sqrt{2}}{2}$$

ដូចនេះ $S=\frac{11\sqrt{2}}{2}$ (ឯកតាផ្ទៃ)

បង្ហាញថាត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណកែង

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-3+6-3=0$

ដោយ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0\Rightarrow\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$ ត្រង់ A

ដូចនេះ បង្ហាញថាត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ។

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

4. ក. រកប្រូបាបដើម្បីអោយកាក់ទាំង3 ដែលចាប់បាន

បង្កើតបានជាចំនួន 123

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានកាក់ដែលចុះលេខ 1

B ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានកាក់ដែលចុះលេខ 2

C ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានកាក់ដែលចុះលេខ 3

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ទាំងបីជាព្រឹត្តិការណ៍ទាក់ទងគ្នា

គេបាន: $P(123) = P(A) \times P\left(\frac{B}{A}\right) \times P\left(\frac{C}{AB}\right)$

$$= \frac{1}{9} \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{504} = 0,002$$

<u>ដូចនេះ</u> $\boxed{P(123) = 0,002}$

ខ. រកប្រូបាបដើម្បីអោយកាក់ទាំង3 ដែលចាប់បាន

បង្កើតបានជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 125

តាង E ជា " ព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានកាក់ទាំង3 បង្កើតបានជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 125 "

ដោយគេចាប់យកកាក់ម្តងមួយៗចំនួន 3 គេបាន:

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ករណីអាច $n(S)=C(9;1)\times C(8;1)\times C(7;1)$

$$=9\times8\times7=504$$

ចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 125 គឺជាពហុគុណនៃ 125 ។ ចំនួនទាំងនោះរួមមាន: 125;250;375;500;625;750 និង 875 ។ ដោយគេដឹងថានៅលើកាក់គ្មានចុះលេខ0ទេ ដូច្នេះចំនួនដែលចែកដាច់នឹង125 មានតែ 125;375;625 និង 875 គេបាន:

ករណីស្រប $n(E)=4$

$$\Rightarrow P(E)=\frac{n(E)}{n(S)}=\frac{4}{504}=0,008$$

ដូចនេះ $\boxed{P(E)=0,008}$

5. គណនាតម្លៃអតិបរមា អប្បបរមា និងចំណុចរបត់ រួចសង់ក្រាប (c)

$y=f(x)=3xe^{-x^2}$

$\forall x\in R\Rightarrow f'(x)=3e^{-x^2}-2x\cdot3xe^{-x^2}$

$$=(3-6x^2)e^{-x^2}$$

ដោយ $e^{-x^2}\rangle0,\forall x\in R$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $3-6x^2$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

បើ $f'(x)=0$ នោះ $3-6x^2=0$

$$6x^2=3$$

$$x^2=\frac{1}{2}$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

សញ្ញានៃ $f'(x)$

x	$-\infty$		$\frac{-\sqrt{2}}{2}$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

ត្រង់ $x=\frac{-\sqrt{2}}{2}$ ធ្វើអោយ $f'(x)=0$ ហើយប្តូរសញ្ញាពី $(-)$ ទៅ $(+)$ នោះ $f(x)$ មានតម្លៃអប្បបរមាត្រង់ $x=\frac{-\sqrt{2}}{2}$ ។

$$f\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)=3\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)\cdot e^{-\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^2}=-\frac{3}{2}\sqrt{2}\cdot e^{-\frac{1}{2}}$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ដូចនេះ តម្លៃអប្បបរមាស្មើនឹង $-\frac{3}{2}\sqrt{2}\cdot e^{-\frac{1}{2}}$

ត្រង់ $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ធ្វើអោយ $f'(x)=0$ ហើយប្តូរសញ្ញាពី $(+)$

ទៅ $(-)$ នោះ $f(x)$ មានតម្លៃអតិបរមាត្រង់ $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ។

$$f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=3\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)e^{-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{3}{2}\sqrt{2}\cdot e^{-\frac{1}{2}}$$

ដូចនេះ តម្លៃអតិបរមាស្មើនឹង $\frac{3}{2}\sqrt{2}\cdot e^{-\frac{1}{2}}$

$$f''(x)=-12x\cdot e^{-x^2}+(3-6x^2)(-2x)e^{-x^2}$$
$$=-12x\cdot e^{-x^2}-(6x-12x^3)e^{-x^2}$$
$$=-18x\cdot e^{-x^2}+12x^3\cdot e^{-x^2}$$
$$=(-18x+12x^3)e^{-x^2}$$

បើ $f''(x)=0$; $(-18x+12x^3)e^{-x^2}=0$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$-18x+12x^3=0$$

$$x(-18+12x^2)=0$$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\-18+12x^2=0\end{array}\right.$$

$$x^2=\frac{18}{12}=\frac{3}{2}$$

$$x=\pm\sqrt{\frac{3}{2}}$$

បើ $x=0; f(0)=0$

$$x=-\sqrt{\frac{3}{2}}; f\left(-\sqrt{\frac{3}{2}}\right)=-\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\cdot e^{-\frac{3}{2}}$$

$$x=\sqrt{\frac{3}{2}}; f\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\cdot e^{-\frac{3}{2}}$$

ដូចនេះ ចំណុចរបត់នៃអនុគមន៍មានបីគឺ

$(0;0)$, $\left(-\sqrt{\frac{3}{2}};-\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\cdot e^{-\frac{3}{2}}\right)$ និង $\left(\sqrt{\frac{3}{2}};\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\cdot e^{-\frac{3}{2}}\right)$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

គណនាលីមីតចុងដែនកំណត់

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} 3x\cdot e^{-x^2} = 0$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} 3x\cdot e^{-x^2} = 0$$

ដោយ $\lim_{x\to\pm\infty} = 0 \Rightarrow$ បន្ទាត់ $y=0$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (c)

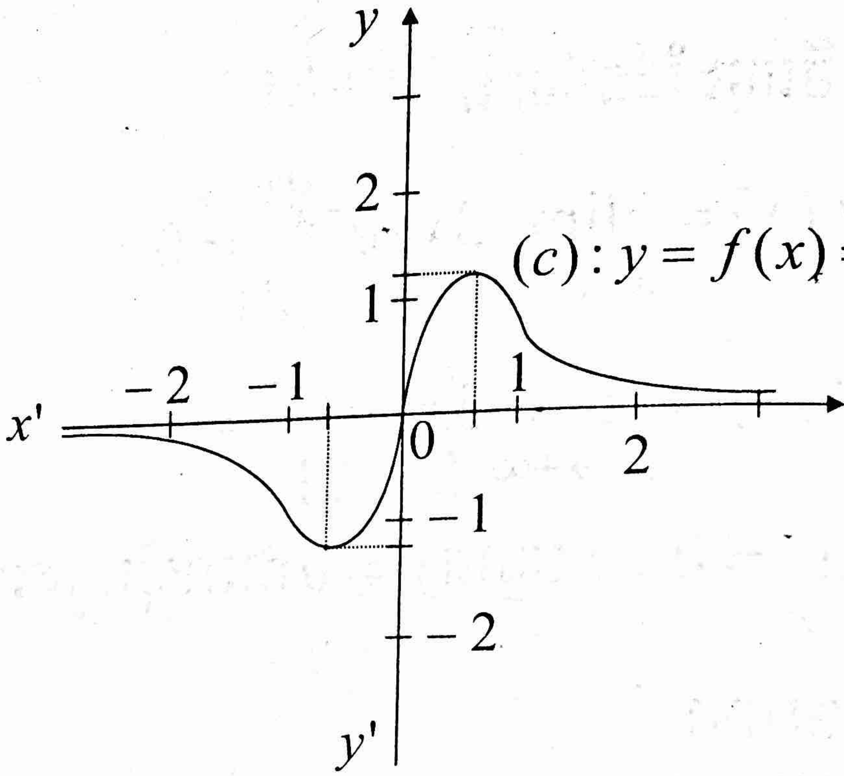
តារាងអថេរភាព

x	$-\infty$		$\frac{-\sqrt{2}}{2}$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↘	f_m	↗	f_M	↘	0

សង់ក្រាប (c)

តម្លៃបរមា $-\frac{3}{2}\sqrt{2}\cdot e^{-\frac{1}{2}} = -1,27$; $\frac{3}{2}\sqrt{2}\cdot e^{-\frac{1}{2}} = 1,27$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge



6. គេអោយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'+2y = x^2$

ក. កំណត់អនុគមន៍ពហុធា g ដឺក្រេទី2 ជាចំលើយសមីការ(E)

$$g(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\Rightarrow g'(x) = 2ax + b$$

ដោយ $g(x)$ ជាចំលើយនៃ(E) គេបាន:

$$g'(x) + 2g(x) = x^2$$

$$2ax + b + 2(ax^2 + bx + c) = x^2$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$2ax^2 + (2a+2b)x + b + 2c = x^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a = 1 \\ 2a + 2b = 0 \\ b + 2c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{2} \\ b = -\dfrac{1}{2} \\ c = \dfrac{1}{4} \end{cases}$$

• គេបាន $g(x) = \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{x}{2} + \dfrac{1}{4}$

ដូចនេះ $\boxed{g(x) = \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{x}{2} + \dfrac{1}{4}}$

ខ. បង្ហាញថាអនុគមន៍ f ជាចំលើយនៃ (E) លុះត្រាតែ $f - g$ ជាចំលើយនៃសមីការ $(E'): y' + 2y = 0$

បើ $f - g$ ជាចំលើយនៃ(E') គេបាន៖

$$(f-g)' + 2(f-g) = 0$$

$$f' - g' + 2f - 2g = 0$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$f'+2f = g'+2g$$

$$\Rightarrow f = g$$

តែ g ជាចំលើយនៃ(E) នោះនាំអោយ f ក៏ជាចំលើយនៃ(E)ដែរ

<u>ដូចនេះ</u> បង្ហាញថាអនុគមន៍ f ជាចំលើយនៃ (E) លុះត្រាតែ $f-g$ ជាចំលើយនៃសមីការ(E') ។

គ. ដោះស្រាយសមីការ(E')

$$y'+2y=0$$

$$\Rightarrow y = ke^{-2x};\ \ (k \text{ ជាចំនួនពិត})$$

<u>ដូចនេះ</u> $y = ke^{-2x};(k\in R)$ ជាចំលើយទូទៅនៃសមីការ(E')

ទាញរកចំលើយនៃសមីការ(E)

ដោយ $f-g = ke^{-2x}$

$$f(x)-g(x) = ke^{-2x}$$

$$f(x) = \frac{x^2}{2}-\frac{x}{2}+\frac{1}{4}+ke^{-2x} \qquad (k\in R)$$

<u>ដូចនេះ</u> $f(x) = \frac{x^2}{2}-\frac{x}{2}+\frac{1}{4}+ke^{-2x}$ ជាចំលើយទូទៅនៃ(E)

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

វិញ្ញាសាទី៤

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

សម័យប្រឡង: ០៣ វិច្ឆិកា ២០០៥

រយៈពេល: ២ ម៉ោង

1. ក. សរសេរចំនួនកុំផ្លិចជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ $-2-2i$

ខ. ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំណុំកុំផ្លិច

$$(2+i)x^2-(5-i)x+2-2i=0$$

2. ក. គណនាអាំងតេក្រាលមិនកំណត់

$$I=\int(2\sin x+3\cos x)dx \quad , \quad J=\int\frac{dx}{x^2-5x+6}$$

ខ. រកព្រីមីទីវ $F(x)$ នៃអនុគមន៍ $f(x)=x^2-e^x$

ដែល $F(0)=1$ ។

3. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y''-3y+2y=0$

ខ. រកចំលើយនៃសមីការ(E) បើគេដឹងថាអនុគមន៍ចំលើយមាន

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

អតិបរមាស្មើ 1 ត្រង់ $x=1$ ។

4. សរសេរសមីការប្លង់ (P) ដែលកាត់តាមចំណុច $M(1;2;-3)$ និងស្របជាមួយប្លង់ $(Q): 2x-4y-z+4=0$ រួចគណនាចម្ងាយរវាងប្លង់ទាំងពីរ ។

5. គេមានតួលេខ 0;1;2;3;4 ។ ដោយគ្រាន់តែប្រើតួលេខទាំងនោះ តើគេអាចបង្កើតចំនួនបានប៉ុន្មាន ដែលធំជាង 2000 ?
(បញ្ជាក់: ក្នុងចំនួននីមួយៗគ្មានតួលេខដដែលពីរដងទេ)

6. គេអោយអនុគមន៍ $f(x)=ae^{x}+b$ មានខ្សែកោង (c)

ក. កំណត់តម្លៃ a និង b ដើម្បីអោយខ្សែកោង (c) កាត់តាមគល់ O នៃតំរុយអរតូណរមេ និងបន្ទាត់ប៉ះខ្សែកោង (c) ត្រង់ចំណុចនេះជាបន្ទាត់ពុះទី1

ខ. សិក្សាទិសដៅអថេរភាព និង គូសខ្សែកោង(c) តាងអនុគមន៍ f ចំពោះតម្លៃ a និង b ដែលរកឃើញ

គ. គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកនៃប្លង់ដែលខណ្ឌដោយខ្សែកោង(c) អ័ក្ស $(x'ox)$ បន្ទាត់ $x=-1$ និង បន្ទាត់ $x=1$ ។

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ចំលើយ

1. ក. សរសេរចំនួនកុំផ្លិចជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ $-2-2i$

តាង $Z=-2-2i$

$$=2\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$$

$$=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$$

ដូចនេះ $$\boxed{Z=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4}\right)}$$

ខ. ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំណុំកុំផ្លិច

$$(2+i)x^2-(5-i)x+2-2i=0$$

$$\Delta=b^2-4ac=(5-i)^2-4(2+i)(2-2i)$$
$$=(25-10i-1)-4(4-4i+2i+2)$$
$$=24-10i-24+8i=-2i$$
$$=1-2i-1=(1-i)^2$$

$$\Rightarrow x_1=\frac{(5-i)-(1-i)}{2(2+i)}=\frac{4}{2(2+i)}$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$= \frac{2}{(2+i)} = \frac{2(2-i)}{4+1} = \frac{4-2i}{5}$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{(5-i)+(1-i)}{2(2+i)} = \frac{6-2i}{2(2+i)}$$

$$= \frac{3-i}{2+i} = \frac{(3-i)(2-i)}{4+1} = \frac{6-1-2i-3i}{5}$$

$$= \frac{5-5i}{5} = 1-i$$

<u>ដូចនេះ</u> $\boxed{x_1 = \frac{4-2i}{5} ; x_2 = 1-i}$

2. ក. គណនាអាំងតេក្រាលមិនកំណត់

$$I = \int(2\sin x + 3\cos x)dx$$

$$= -2\cos x + 3\sin x + c$$

<u>ដូចនេះ</u> $\boxed{I = -2\cos x + 3\sin x + c}$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$J=\int\frac{dx}{x^2-5x+6}$$

$$=\int\frac{dx}{(x-2)(x-3)}$$

$$=\int\left(\frac{-1}{x-2}+\frac{1}{x-3}\right)dx$$

$$=-\ln|x-2|+\ln|x-3|+c$$

$$=\ln\left|\frac{x-3}{x-2}\right|+c$$

ដូចនេះ $\boxed{J=\ln\left|\frac{x-3}{x-2}\right|+c}$

ខ. រកព្រីមីទីវ $F(x)$ នៃអនុគមន៍ $f(x)=x^2-e^x$

$$F(x)=\int f(x)dx$$

$$=\int(x^2-e^x)dx=\frac{1}{3}x^3-e^x+c$$

ដោយ $F(0)=1;\frac{1}{3}\cdot 0^3-e^0+c=1$

$$c-1=1\Rightarrow c=2$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ដូចនេះ $F(x)=\frac{1}{3}x^3-e^x+2$

៣. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

$(E): y''-3y+2y=0$

មានសមីការសំគាល់ $r^2-3r+2=0$

ចូលរាង $a+b+c=0$ គឺ $1-3+2=0$

$\Rightarrow r_1=1; r_2=\frac{c}{a}=2$

គេបាន $y=Ae^x+Be^{2x}; (A,B\in R)$

ដូចនេះ $y=Ae^x+Be^{2x}$ ជាចំលើយទូទៅនៃសមីការ(E)

ខ. រកចំលើយនៃសមីការ(E)

$f(x)=Ae^x+Be^{2x}$

$\Rightarrow f'(x)=Ae^x+2Be^{2x}$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ដោយអនុគមន៍ចំលើយមានអតិបរមាស្មើ 1 ត្រង់ $x=1$

គេបាន: $\begin{cases} f'(1)=0 \\ f(1)=1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} Ae+2Be^2=0 \\ Ae+Be^2=1 \quad \times(-1) \end{cases}$$

$$Be^2=-1 \Rightarrow B=-e^{-2}$$

$$\Rightarrow A=\frac{2}{e}=2e^{-1}$$

ដូចនេះ $\boxed{f(x)=2e^{x-1}-e^{2x-2}}$

4. សរសេរសមីការប្លង់(P)

$(Q): 2x-4y-z+4=0$ មានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់$\vec{n}(2;-4;-1)$

ដោយ $\left.\begin{array}{l} (Q)\perp \vec{n} \\ (P)\parallel(Q) \end{array}\right| \Rightarrow (P)\perp \vec{n}$

ប្លង់ (P) កាត់តាមចំណុច$M(1;2;-3)$ ហើយ

កែងនឹង$\vec{n}(2;-4;-1)$ កំណត់ដោយ:

$$(P): 2(x-1)-4(y-2)-(z+3)=0$$

$$2x-4y-z-2+8-3=0$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$2x-4y-z+3=0$$

ដូចនេះ $\boxed{(P): 2x-4y-z+3=0}$

គណនាចម្ងាយរវាងប្លង់ (P) និងប្លង់ (Q)

$$d((P),(Q)) = \|\vec{n}\|$$

គេមាន $\vec{n}(2;-4;-1)$

$$\Rightarrow \|\vec{n}\| = \sqrt{2^2+(-4)^2+(-1)^2}$$

$$= \sqrt{4+16+1} = \sqrt{21}$$

ដូចនេះ $\boxed{d((P),(Q)) = \sqrt{21}\text{ (ឯកតាប្រវែង)}}$

5. រកចំនួនករណីដែលគេអាចបង្កើតបានចំនួនដែលធំជាង 2000

-ខ្ទង់ពាន់មានជំរើស3 ករណី

-ខ្ទង់រយមានជំរើស4 ករណី

-ខ្ទង់ដប់មានជំរើស3 ករណី

-ខ្ទង់រាយមានជំរើស2 ករណី

គេបានចំនួនករណីសរុប$= 3\times 4\times 3\times 2 = 72$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

<u>ដូចនេះ</u> គេអាចបង្កើតចំនួនដែលធំជាង2000 បានចំនួន 72 របៀប ។

6. គេអោយអនុគមន៍ $f(x)=ae^{x}+b$ មានខ្សែកោង (c)

ក. កំណត់តំលៃ a និង b

$$f(x)=ae^{x}+b$$

$$\Rightarrow f'(x)=ae^{x}$$

ដើម្បីអោយខ្សែកោង (c) កាត់តាមគល់ O នៃតំរុយហើយ

បន្ទាត់ប៉ះនៃខ្សែកោង (c) ត្រង់ចំណុចនេះជាកន្លះបន្ទាត់ពុះទី1

លុះត្រាតែ:

$$\begin{cases} f(0)=0 \\ f'(0)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=0 \\ a=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$$

<u>ដូចនេះ</u> $\boxed{a=1;b=-1}$

ខ. សិក្សាទិសដៅអថេរភាព និងគូសខ្សែកោង (c) តាង f

$$(c):f(x)=e^{x}-1$$

<u>ដែនកំណត់</u> $D_f=R$

<u>ទិសដៅអថេរភាព</u>

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$f'(x)=e^x$$

ដោយ $e^x\rangle 0, \forall x \in D_f$ នោះ $f'(x)\rangle 0$ ជានិច្ច

លីមីត និង អាស៊ីមតូត

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(e^x-1)=-1$$

$\Rightarrow$ បន្ទាត់ $y=-1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (c) ។

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(e^x-1)=+\infty$$

តារាងអថេរភាពនៃ $f(x)$

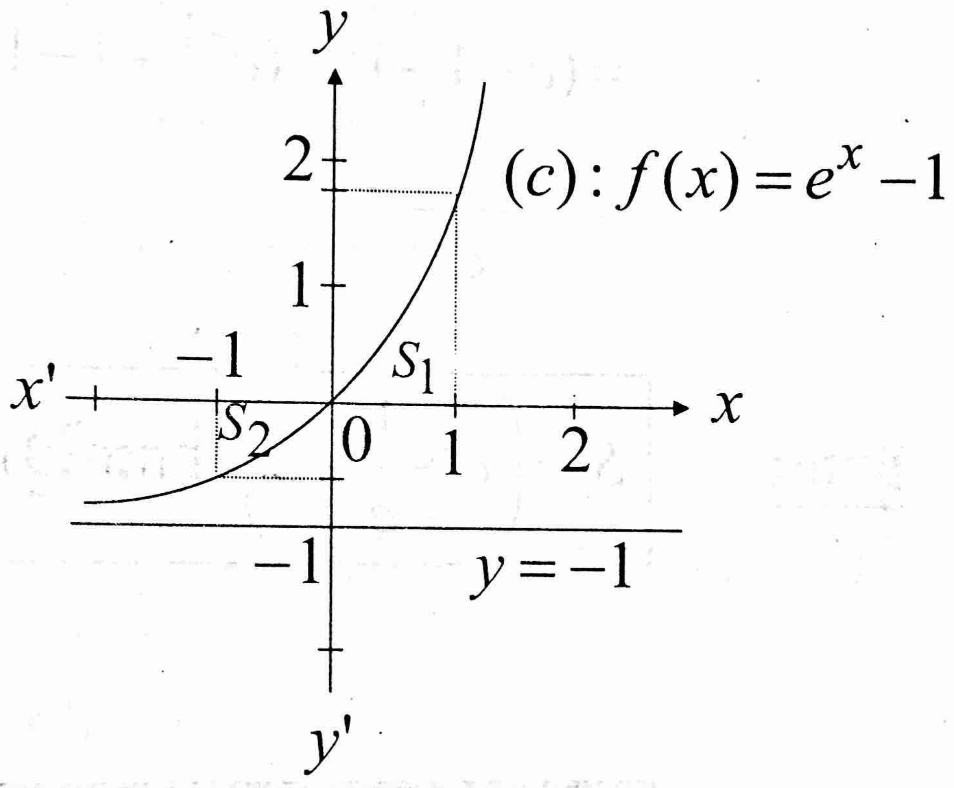
x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	-1	↗	$+\infty$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

សង់ខ្សែកោង (c)

តារាងតំលៃលេខជំនួយ

x	-1	1
y	$-0,6$	$1,7$



គ, គណនាក្រឡាផ្ទៃ S

$$S = S_1 + S_2 = \int_0^1 (e^x - 1)dx - \int_{-1}^0 (e^x - 1)dx$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$= \int_0^1 (e^x - 1)dx + \int_0^{-1} (e^x - 1)dx$$

$$= (e^x - x)\Big|_0^1 + (e^x - x)\Big|_0^{-1}$$

$$= (e - 1 - 1) + (e^{-1} + 1 - 1)$$

$$= e + \frac{1}{e} - 2$$

ដូចនេះ $S = \left(e + \frac{1}{e} - 2\right)$ (ឯកតាផ្ទៃ)

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

វិញ្ញាសាទី៥

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

សម័យប្រឡង: ១៦ តុលា ២០០៧

រយៈពេល: ២ ម៉ោង

1. ក. កំណត់ចំនួនពិត x និង y ដើម្បីអោយ:

$$2xi - y = \frac{(3-2i)(1+i)}{i(1+2i)}$$

ខ. គេអោយ $Z = \cos\frac{2\pi}{9} + i\sin\frac{2\pi}{9}$ ។ សរសេរ $(1+Z)^4$

ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

2. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

$$(E): g''(x) - 5g'(x) + 6g(x) = 0$$

ខ. កំណត់ចំលើយ $g(x)$ មួយនៃសមីការ (E) ដែល $g(0) = 0$

និង $g'(0) = 1$ ។

3. គេអោយអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{1-\cos 2x}{x^2}$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ចំពោះ $x \neq 0$ និង $f(0) = \ln(m-1)$ ។ គណនាលីមីត $f(x)$ កាលណា x ខិតជិតសូន្យ ។ កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីអោយ f ជាអនុគមន៍ជាប់ត្រង់ $x = 0$ ។

4. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីស3 និងឃ្លីខ្មៅ5 ។ គេចាប់យកឃ្លីម្តងបីចេញពីក្នុងថង់ ។ រកប្រូបាបដែលគេអាចចាប់យកបានឃ្លីស2 និងឃ្លីខ្មៅ1

5. គេអោយអនុគមន៍ $g(x) = \dfrac{x^2 - 3x - 4}{x-2}$ មានក្រាប (c) ។

ក. កំណត់ចំនួនពិត $a;b;c$ ដើម្បីអោយ

$$g(x) = ax + b + \frac{c}{x-2} \quad \text{ចំពោះ } x \neq 2$$

ខ. រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងទ្រេតនៃក្រាប (c)

គ. បង្ហាញថាចំណុច $I(2;1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (c)

6. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតំរុយអរតូណរម៉ាល់វិជ្ជមាន $(0;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ គេអោយប្លង់(P)និងស្វ៊ែ (S) មានសមីការៈ

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$(P): x+2y+2z+5=0$

$(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z=0$

ក. កំណត់កូអរដោនេផ្ចិត និងកាំនៃស្វ៊ែ(S)

ខ. បង្ហាញថាប្លង់ (P) កាត់ស្វ៊ែ(S)

គ. រកសមីការបណ្តាប្លង់ស្របនឹងប្លង់ (P) ហើយប៉ះស្វ៊ែ(S) ។

ចំលើយ

1. ក. កំណត់ចំនួនពិតx និងy ដើម្បីអោយៈ

គេមាន $$2xi-y=\frac{(3-2i)(1+i)}{i(1+2i)}$$

$$=\frac{(3+3i-2i+2)}{(i-2)}$$

$$=\frac{(5+i)(i+2)}{1+4}$$

$$=\frac{5i+10-1+2i}{5}$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$= \frac{9+7i}{5} = \frac{9}{5} + \frac{7}{5}i$$

$$2xi - y = \frac{9}{5} + \frac{7}{5}i$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{7}{5} \\ -y = \frac{9}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{10} \\ y = -\frac{9}{5} \end{cases}$$

ដូចនេះ $\boxed{x = \frac{7}{10}; y = -\frac{9}{5}}$

ខ. សរសេរ $(1+Z)^4$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

គេមាន: $1 + Z = 1 + \cos\frac{2\pi}{9} + i\sin\frac{2\pi}{9}$

$$= 2\cos^2\frac{\pi}{9} + 2i\sin\frac{\pi}{9}\cos\frac{\pi}{9}$$

$$= 2\cos\frac{\pi}{9}\left(\cos\frac{\pi}{9} + i\sin\frac{\pi}{9}\right)$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

គេបាន $(1+Z)^4=\left[2\cos\frac{\pi}{9}\left(\cos\frac{\pi}{9}+i\sin\frac{\pi}{9}\right)\right]^4$

$$=\left(2\cos\frac{\pi}{9}\right)^4\left(\cos\frac{\pi}{9}+i\sin\frac{\pi}{9}\right)^4$$

$$=16\cos^4\left(\frac{\pi}{9}\right)\left(\cos\frac{4\pi}{9}+i\sin\frac{4\pi}{9}\right)$$

<u>ដូចនេះ</u> $$\boxed{(1+Z)^4=16\cos^4\left(\frac{\pi}{9}\right)\left(\cos\frac{4\pi}{9}+i\sin\frac{4\pi}{9}\right)}$$

2. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

$$(E): g''(x)-5g'(x)+6g(x)=0$$

មានសមីការសំគាល់:

$$r^2-5r+6=0$$

$$\Delta=(-5)^2-4\times 6$$

$$=25-24=1$$

$$\Rightarrow r_1=\frac{5-1}{2}=2; r_2=\frac{5+1}{2}=3$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

គេបាន $g(x)=Ae^{2x}+Be^{3x},(A,B\in R)$

ដូចនេះ

$g(x)=Ae^{2x}+Be^{3x}$ ជាចំលើយទូទៅនៃសមីការ (E)

ខ. កំណត់ចំលើយ $g(x)$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ

$$g(x)=Ae^{2x}+Be^{3x},(A,B\in R)$$

$$\Rightarrow g'(x)=2Ae^{2x}+3Be^{3x}$$

តាមបំរាប់៖

$$\begin{cases} g'(0)=1 \\ g(0)=0 \end{cases}$$

គេបាន៖

$$\begin{cases} 2A+3B=1 \\ A+B=0 \quad \times(-3) \end{cases}$$

$$-A=1\Rightarrow A=-1$$

$$\Rightarrow B=1$$

ដូចនេះ $g(x)=-e^{2x}+e^{3x}$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

3. គណនាលីមីត $\lim_{x\to 0} f(x)$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 2x}{x^2}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{2\sin^2 x}{x^2} = 2\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 x}{x^2} = 2\times 1 = 2$$

ដូចនេះ $\boxed{\lim_{x\to 0} f(x) = 2}$

កំណត់តម្លៃ m

ដើម្បីអោយ f ជាប់ត្រង់ $x=0$ លុះត្រាតែ

$$\lim_{x\to 0} f(x) = f(0)$$

$$2 = \ln(m-1)$$

$$\ln(m-1) = \ln e^2$$

$$m-1 = e^2$$

$$\Rightarrow m = e^2+1$$

ដូចនេះ $\boxed{m = e^2+1}$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

4. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីស2 ឃ្លីខ្មៅ1

ឃ្លីសរុបមានចំនួន 8 ហើយគេចាប់យកម្តង3 គេបានករណីអាចៈ

$$n(S)=C(8;3)=\frac{8!}{(8-3)!3!}=\frac{6\times7\times8}{3\times2\times1}=56$$

តាង A ជា " ព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានឃ្លីស2 ឃ្លីខ្មៅ1"

$$n(A)=C(3;2)\times C(5;1)=\frac{3!}{1!2!}\times5=3\times5=15$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{15}{56}$$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\frac{15}{56}}$

5. គេអោយអនុគមន៍ $g(x)=\frac{x^2-3x-4}{x-2}$ មានក្រាប (c)

ក. កំណត់តម្លៃ a,b និង c

គេមាន $g(x)=ax+b+\frac{c}{x-2}$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$= \frac{ax(x-2)+b(x-2)+c}{x-2}$$

$$= \frac{ax^2-2ax+bx-2b+c}{x-2}$$

$$= \frac{ax^2-(2a-b)x-(2b-c)}{x-2}$$

តែ $g(x)=\frac{x^2-3x-4}{x-2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ 2a-b=3 \\ 2b-c=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=-6 \end{cases}$$

ដូចនេះ $\boxed{a=1;b=-1;c=-6}$

ខ. រកអាស៊ីមតូតឈរ និងអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (c).

ដោយ $\lim\limits_{x\to 2} g(x)=\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-3x-4}{x-2}=\frac{-6}{0}=\pm\infty$

$\Rightarrow$ បន្ទាត់ $x=2$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(c)

ដូចនេះ បន្ទាត់ $x=2$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(c)

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$g(x)=x-1+\frac{-6}{x-2}$$

ដោយ $\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{-6}{x-2}\right)=0$

$\Rightarrow$ បន្ទាត់ $y=x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (c)

<u>ដូចនេះ</u> **បន្ទាត់ $y=x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (c)**

គ. បង្ហាញថាចំណុច $I(2;1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (c)

បើ $I(2;1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (c) លុះត្រាតែ

$$g(4-x)+g(x)=2$$

គណនា $g(4-x)+g(x)$

$$=\frac{(4-x)^2-3(4-x)-4}{(4-x)-2}+g(x)$$

$$=\frac{16-8x+x^2-12+3x-4}{-x+2}+g(x)$$

$$=\frac{x^2-5x}{-(x-2)}+\frac{x^2-3x-4}{x-2}$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$= \frac{-(x^2 - 5x) + (x^2 - 3x - 4)}{x - 2}$$

$$= \frac{-x^2 + 5x + x^2 - 3x - 4}{x - 2}$$

$$= \frac{2x - 4}{x - 2} = \frac{2(x - 2)}{(x - 2)} = 2$$

ដូចនេះ

បង្ហាញថាចំណុច $I(2;1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (c)

6. ក. កំណត់កូអរដោនេផ្ចិត និងកាំស្វ៊ែ (S)

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 4y + 4)$$

$$+ (z^2 + 4z + 4) - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 2) = 3^2$$

មានទំរង់ $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

នាំអោយ $a=1;b=2;c=-2$ និង $R=3$

ដូចនេះ | ផ្ចិត $I(1;2;-2)$ និងកាំ $R=3$

ខ. បង្ហាញថាប្លង់ (P) កាត់ស្វ៊ែ (S)

ប្លង់ (P) កាត់ស្វ៊ែ (S) លុះត្រាតែចំងាយពីផ្ចិតស្វ៊ែទៅប្លង់ (P) តូចជាងកាំR នៃស្វ៊ែ(S)

គេមានកាំស្វ៊ែ $R=3$ និង ប្លង់$(P): x+2y+2z+5=0$

ចំងាយ $d(I,(P))=\dfrac{|1+2\cdot 2+2(-2)+5|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\dfrac{6}{3}=2$

ដោយ $d(I,(P))=2<R=3$

ដូចនេះ | បង្ហាញថាប្លង់ (P) កាត់ស្វ៊ែ (S)

គ. រកសមីការបណ្តាប្លង់ស្របនឹងប្លង់ (P) ហើយប៉ះស្វ៊ែ(S)

ប្លង់ (P) មានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}(1;2;2)$

តាង $M(x_0;y_0;z_0)$ ជាចំណុចដែលប៉ះស្វ៊ែ(S)

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

គេបាន $\overrightarrow{IM}(x_0-1;y_0-2;z+2)$

ដោយ $\vec{n}\|\overrightarrow{IM}$ គេបាន:

$$\vec{n}\times\overrightarrow{IM}=0$$

គេមាន $\vec{n}\times\overrightarrow{IM}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 2 & 2\\ (x_0-1) & (y_0-2) & (z_0+2)\end{vmatrix}$

$=[2(z_0+2)-2(y_0-2)]\vec{i}-[(z_0+2)-2(x_0-1)]\vec{j}$

$+[(y_0-2)-2(x_0-1)]\vec{k}=(2z_0-2y_0+8)\vec{i}$

$-(z_0-2x_0+4)\vec{j}+(y_0-2x_0)\vec{k}$

គេបាន $\begin{cases}2z_0-2y_0+8=0 & (1)\\ z_0-2x_0+4=0 & (2)\\ y_0-2x_0=0 & (3)\end{cases}$

តាម$(3)\Rightarrow y_0=2x_0$ យកទៅជំនួសក្នុង $(1);(2)$

$$\begin{cases}2z_0-4x_0+8=0\\ z_0-2x_0+4=0 \quad \times(-2)\end{cases}$$

$$0=0$$

ប្រព័ន្ធសមីការមានឫសរាប់មិនអស់ តាង $x_0=t;(t\in R)$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

តាម(3) $\Rightarrow y_0 = 2x_0 = 2t$

$(2) \Rightarrow z_0 = 2x_0 - 4 = 2t - 4$

យក $x_0; y_0; z_0$ ជំនួសក្នុងសមីការស្វ៊ែ(S) គេបាន:

$t^2 + 4t^2 + (2t-4)^2 - 2t - 8t + 4(2t-4) = 0$

$9t^2 - 16t - 10t + 8t + 16 - 16 = 0$

$9t^2 - 18t = 0$

$9t(t-2) = 0$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t - 2 = 0 \Rightarrow t = 2 \end{array}\right.$

ចំពោះ $t = 0 \Rightarrow M_1(0;0;-4)$

$t = 2 \Rightarrow M_2(2;4;0)$

ប្លង់ $(Q_1);(Q_2)$ កាត់តាមចំណុចរៀងគ្នា $M_1(0;0;-4)$ និង $M_2(2;4;0)$ ហើយកែងនឹង $\vec{n}(1;2;2)$ កំណត់ដោយ:

$\left[\begin{array}{l} (Q_1):(x-0)+2(y-0)+2(z+4)=0 \\ (Q_2):(x-2)+2(y-4)+2(z-0)=0 \end{array}\right.$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$\left[\begin{array}{l}(Q_1): x+2y+2z+8=0\\(Q_2): x+2y+2z-10=0\end{array}\right.$$

ដូចនេះ

$$\boxed{(Q_1): x+2y+2z+8=0; (Q_2): x+2y+2z-10=0}$$

វិញ្ញាសាទី៦

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

សម័យប្រឡង: ១៦ តុលា ២០០៨

រយៈពេល: ២ ម៉ោង

1. ក. ដោះស្រាយសមីការ:

$$\frac{x-1}{1991}+\frac{x-5}{1987}+\frac{x+7}{1999}+\frac{x-11}{1981}=4$$

ខ. ដោះស្រាយសមីការ: $\ln\sqrt{x^2}=\sqrt{2\ln(-x)}$ ។

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

គ. ដោះស្រាយវិសមីការៈ $0 < \frac{x^2-2x-3}{x-2} < 4$

2. គេអោយអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}$

ក. កំណត់តម្លៃ A, B, C ដើម្បីអោយ

$$f(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$$

ខ. គណនា $F(x) = \int \frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}dx$

3. គេមានថង់ពីរ A និង B ។ ក្នុងថង់ A មានប៊ូលស1 និងប៊ូលខ្មៅ3 ។ ក្នុងថង់ B មានប៊ូលស5 និងប៊ូលខ្មៅ3 ។គេទាញយកប៊ូលមួយពីថង់ A និងប៊ូលមួយពីថង់ B រួចហើយប្តូរគ្នា ។

ក. រកប្រូបាបដើម្បីអោយថង់ A មានប៊ូលពណ៌ខ្មៅបន្ទាប់ពីប្តូរគ្នា

ខ. រកប្រូបាបដើម្បីអោយពណ៌ប៊ូលនៅក្នុងថង់នីមួយៗនៅដដែលបន្ទាប់ពីប្តូរគ្នា ។

4. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y''+4y'+4y=0$

ខ. គេអោយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល$(F): y''+4y'+4y=-4x$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដែលអនុគមន៍ $\varphi : x \mapsto ax + b$ ជាចំលើយនៃ (F) ។

5. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតំរុយអរតូណេរម៉ាល់វិជ្ជមាន $(0;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ គេអោយបួនចំណុច $A(-2;0;1)$; $B(0;10;3)$; $C(2;0;-1)$ និង $D(5;3;-1)$ ។

ក. សរសេរសមីការប្លង់ (P) កាត់តាមចំណុច $A; B$ និង C

ខ. សរសេរសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច D ហើយកែងនឹង (P)

គ. សរសេរសមីការស្វ៊ែផ្ចិត D ហើយប៉ះប្លង់ (P) ។

6. គេអោយអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = 3\sin x - 2\sin^3 x$

ក. សិក្សាអថេរភាព និងសង់ខ្សែកោង (c) តាង f

ខ. រកចំនួនពិត a និង b ដើម្បីអោយអនុគមន៍ F កំណត់ដោយ

$$F(x) = a\cos x + b\cos^3 x$$ ជាព្រីមីទីវនៃ f. ។

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ចំលើយ

1. ក. ដោះស្រាយសមីការ:

$$\frac{x-1}{1991}+\frac{x-5}{1987}+\frac{x+7}{1999}+\frac{x-11}{1981}=4$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1992+1991}{1991}+\frac{x-1992+1987}{1987}$$

$$+\frac{x-1992+1999}{1999}+\frac{x-1992+1981}{1981}=4$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1992}{1991}+1+\frac{x-1992}{1987}+1+\frac{x-1992}{1999}+1$$

$$+\frac{x-1992}{1981}+1=4$$

$$\Leftrightarrow (x-1992)\left(\frac{1}{1991}+\frac{1}{1987}+\frac{1}{1999}+\frac{1}{1981}\right)$$

$$+4=4$$

$$\Leftrightarrow (x-1992)\left(\frac{1}{1991}+\frac{1}{1987}+\frac{1}{1999}+\frac{1}{1981}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow x-1992=0 \Rightarrow x=1992$$

ដូចនេះ $\boxed{x=1992}$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ខ. ដោះស្រាយសមីការ $\ln\sqrt{x^2}=\sqrt{2\ln(-x)}$

សមីការមានន័យកាលណា $\begin{cases}x^2>0\\ \ln(-x)\geq 0\end{cases}\Rightarrow x<0$

គេបាន:

$$\ln|x|=\sqrt{2\ln(-x)}$$

$$\ln(-x)=\sqrt{2\ln(-x)}$$

$$\ln^2(-x)=2\ln(-x)$$

$$\ln^2(-x)-2\ln(-x)=0$$

$$\ln(-x)[\ln(-x)-2]=0$$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\ln(-x)=0\Rightarrow x=-1\\ \ln(-x)-2=0\end{array}\right.$$

$$\ln(-x)=2$$

$$\Rightarrow -x=e^2 \text{ ឬ } x=-e^2$$

__ដូចនេះ__ $\boxed{x=-1; x=-e^2}$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

គ. ដោះស្រាយវិសមីការៈ

$$0<\frac{x^2-2x-3}{x-2}<4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2-2x-3}{x-2}>0 & (1) \\ \dfrac{x^2-2x-3}{x-2}<4 \end{cases}$$

$$\frac{x^2-2x-3}{x-2}-4<0$$

$$\frac{x^2-2x-3-4(x-2)}{x-2}<0$$

$$\frac{x^2-6x+5}{x-2}<0 \quad (2)$$

បើ $x^2-2x-3=0$

$$\Rightarrow x=-1; x=3$$

បើ $x^2-6x+5=0$

$$\Rightarrow x=1; x=5$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

បើ $x-2=0 \Rightarrow x=2$

<u>តារាងសញ្ញា</u>

x	$-\infty \quad -1$	1	2	3	5	$+\infty$
x^2-2x-3	$+ \quad 0$	$-$	$-$	$- \quad 0$	$+$	$+$
x^2-6x+5	$+$	$+ \quad 0$	$-$	$-$	$- \quad 0$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	$- \quad 0$	$+$	$+$	$+$
(1)	$- \quad 0$	$+$	$+$	$- \quad 0$	$+$	$+$
(2)	$-$	$- \quad 0$	$+$	$-$	$- \quad 0$	$+$
$(1)\cap(2)$						

$\Rightarrow x \in]-1;1[\cup]3;5[$

<u>ដូចនេះ</u>

$x=]-1;1[\cup]3;5[$ ជាចំលើយនៃវិសមីការ

2. គេអោយអនុគមន៍ $f(x)=\dfrac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}$

ក. កំណត់តម្លៃ A,B,C

គេមាន $f(x)=\dfrac{A}{x}+\dfrac{B}{x+1}+\dfrac{c}{(x+1)^2}$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$= \frac{A(x+1)^2 + Bx(x+1) + Cx}{x(x+1)^2}$$

$$= \frac{A(x^2+2x+1) + B(x^2+x) + Cx}{x(x^2+2x+1)}$$

$$= \frac{(A+B)x^2 + (2A+B+C)x + A}{x^3+2x^2+x}$$

តែ $f(x) = \frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}$

នាំអោយ $\begin{cases} A+B=5 \\ 2A+B+C=20 \\ A=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=6 \\ B=-1 \\ C=9 \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{A=6; B=-1; C=9}$

ខ. គណនា

$$F(x) = \int \frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}dx$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$=\int\left(\frac{6}{x}+\frac{-1}{x+1}+\frac{9}{(x+1)^2}\right)dx$$

$$=6\ln|x|-\ln|x+1|-\frac{9}{x+1}+c$$

<u>ដូចនេះ</u> $$F(x)=6\ln|x|-\ln|x+1|-\frac{9}{x+1}+c$$

3. ក. រកប្រូបាបដើម្បីអោយថង់ A មានប៊ូលខ្មៅបន្ទាប់ពីប្តូរគ្នា

តាង E "ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលថង់ A មានប៊ូលខ្មៅបន្ទាប់ពីប្តូរគ្នា"

ក្នុងថង់ A មានប៊ូលសុទ្ធតែពណ៌ខ្មៅបន្ទាប់ពីប្តូរកាលណា គេចាប់

បានប៊ូលស1 ពីថង់ A និងប៊ូលខ្មៅ1 ពីថង់ B

គេបាន: $P(E)=P(\text{ស})\times P(\text{ខ})$

$$=\frac{1}{4}\times\frac{3}{8}=\frac{3}{32}$$

<u>ដូចនេះ</u> $$P(E)=\frac{3}{32}$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ខ. រកប្រូបាបដើម្បីអោយពណ៌ប៊ូលនៅក្នុងថង់នីមួយៗនៅដដែល បន្ទាប់ពីប្តូរគ្នា

បន្ទាប់ពីប្តូរគ្នាពណ៌ប៊ូលនៅក្នុងថង់នីមួយៗនៅដដែល មានន័យថា គេចាប់បានប៊ូលពណ៌ដូចគ្នាពីក្នុងថង់នីមួយៗ ។

តាង F "ជាព្រឹត្តិការណ៍ពណ៌ប៊ូលនៅដដែលបន្ទាប់ពីប្តូរគ្នា"

គេបាន:

$$P(F) = \left(P(ស)_A \times P(ស)_B\right) + \left(P(ខ)_A \times P(ខ)_B\right)$$

$$= \left(\frac{1}{4} \times \frac{5}{8}\right) + \left(\frac{3}{4} \times \frac{3}{8}\right) = \frac{5}{32} + \frac{9}{32} = \frac{14}{32} = \frac{7}{16}$$

<u>ដូចនេះ</u> $\boxed{P(F) = \frac{7}{16}}$

4. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

$$(E): y'' + 4y' + 4y = 0$$

មានសមីការសំគាល់ $r^2 + 4r + 4 = 0$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$\Delta' = 4 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow r_0 = r_1 = r_2 = -2$$

គេបាន $y = (Ax + B)e^{-2x}; (A, B \in R)$

ដូចនេះ $\boxed{y = (Ax + b)e^{-2x}}$ ជាចំលើយទូទៅនៃសមីការ (E)

ខ. កំណត់ចំនួនពិត a និង b

គេមាន: $(F): y''+4y'+4y = -4x$

$$\varphi(x) = ax + b$$
$$\Rightarrow \varphi'(x) = a$$
$$\Rightarrow \varphi''(x) = 0$$

ដោយ φ ជាចំលើយនៃ(F) នោះគេបាន:

$$\varphi''(x) + 4\varphi'(x) + 4\varphi(x) = -4x$$

$$0 + 4a + 4(ax + b) = -4x$$

$$4ax + 4a + 4b = -4x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a = -4 \\ 4a + 4b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases}$$

ដូចនេះ $\boxed{a = -1; b = 1}$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

5. ក. សរសេរសមីការប្លង់(P) កាត់តាមចំណុច $A;B;C$

គេមាន $A(-2;0;1);B(0;10;3);C(2;0;-1)$ និង$D(5;3;-1)$

គេបាន $\overrightarrow{AB}(2;10;2);\overrightarrow{AC}(4;0;-2)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & 10 & 2\\ 4 & 0 & -2\end{vmatrix}=-20\vec{i}+12\vec{j}-40\vec{k}$$

ប្លង់ (P) កាត់តាម $A(-2;0;1)$ ហើយកែងនឹងវ៉ិចទ័រ

$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}(-20;12;-40)$ កំណត់ដោយ:

$(P):-20(x+2)+12(y-0)-40(z-1)=0$

$(P):-20x+12y-40z-40+40=0$

$(P):-20x+12y-40z=0$

$(P):5x-3y+10z=0$

ដូចនេះ $\boxed{(P):5x-3y+10z=0}$

ខ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមD ហើយកែងនឹងប្លង់(P)

បន្ទាត់ (d) កាត់តាម $D(5;3;-1)$ ហើយស្របនឹងវ៉ិទ័រ

$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}(-20;12;-40)$ កំណត់ដោយ:

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$(d):\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct;(t \in R) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 - 20t \\ y = 3 + 12t \\ z = -1 - 40t \end{cases}$$

<u>ដូចនេះ</u>

$$\boxed{(d): x = 5 - 20t; y = 3 + 12t; z = -1 - 40t}$$

គ. សរសេរសមីការស្វ៊ែផ្ចិត D ហើយប៉ះប្លង់ (P)

ដោយស្វ៊ែ (S) មានចំណុច $D(5;3;-1)$ ជាផ្ចិតហើយប៉ះប្លង់ (P)

នោះចំងាយពី D ទៅប្លង់ (P) ជាកាំនៃស្វ៊ែ

$$R = d(D,(P)) = \frac{|5x_0 - 3y_0 + 10z_0|}{\sqrt{5^2 + (-3)^2 + 10^2}}$$

$$= \frac{|25 - 9 - 10|}{\sqrt{25 + 9 + 100}}$$

$$= \frac{6}{\sqrt{134}}$$

គេបាន $(S): (x-5)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = \left(\frac{6}{\sqrt{134}}\right)$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$x^2-10x+25+y^2-6y+9+z^2+2z+1=\frac{36}{134}$$

$$x^2+y^2+z^2-10x-6y+2z+35=\frac{18}{67}$$

$$x^2+y^2+z^2-10x-6y+2z+\frac{2327}{67}=0$$

<u>ដូចនេះ</u>

$$\boxed{x^2+y^2+z^2-10x-6y+2z+\frac{2327}{67}=0}$$

6. គេអោយអនុគមន៍ $f(x)=3\sin x-2\sin^3 x$

ក. សិក្សាអថេរភាព និងសង់ខ្សែកោង (c) តាង f

តាង $t=\sin x \quad ;(-1\le t\le 1)$

គេបាន: $f(t)=3t-2t^3$

ដែនកំណត់ $D=[-1;1]$

ទិសដៅអថេរភាព

$f'(t)=3-6t^2$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

បើ $f'(t)=0\ ;3-6t^2=0$

$$-6t^2=-3$$

$$t^2=\frac{3}{6}\Rightarrow t=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

សញ្ញានៃ $f(t)$

t	-1		$\frac{-\sqrt{2}}{2}$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		1
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

តំលៃបរមា: $f\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)=3\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)-2\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^3$

$$=\frac{-3\sqrt{2}}{2}+\frac{4\sqrt{2}}{8}$$

$$=\frac{-3\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2}=-\sqrt{2}$$

$$f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=3\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)-2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$= \frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{4\sqrt{2}}{8}$$

$$= \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

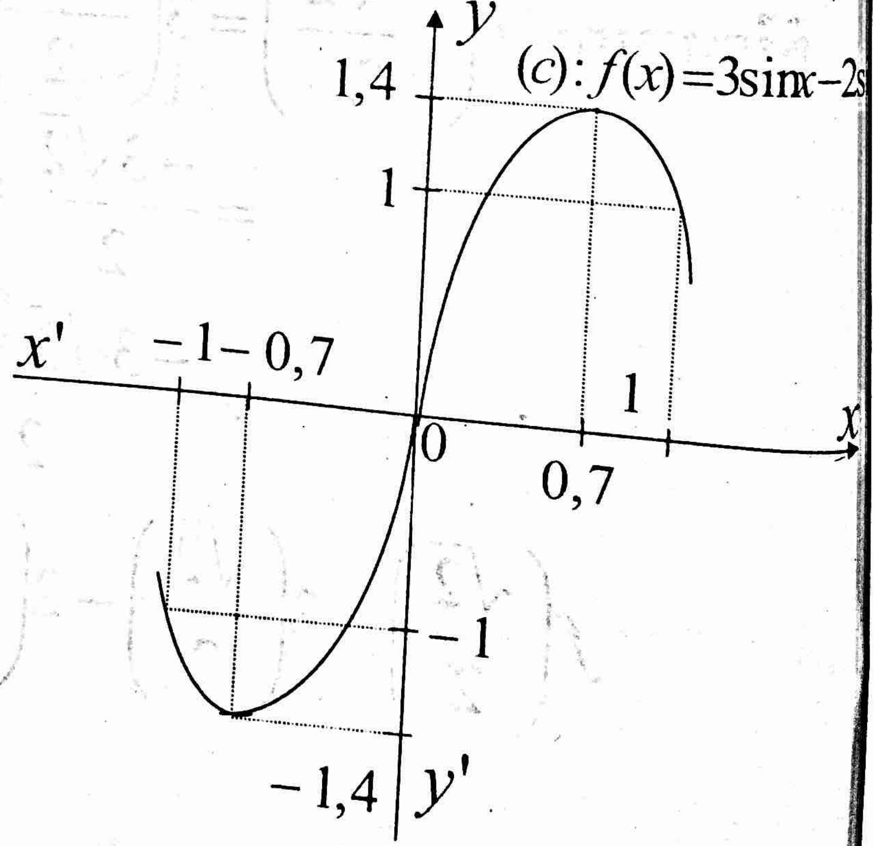
តារាងអថេរភាពនៃ f

t	-1		$\frac{-\sqrt{2}}{2}$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		1
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(t)$	-1	↘	$-\sqrt{2}$	↗	$\sqrt{2}$	↘	1

សង់ខ្សែកោង (c)

$\sqrt{2} = 1{,}4$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}7$



www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ខ. កំណត់តំលៃ a និង b

$$F(x) = a\cos x + b\cos^3 x$$

$$F'(x) = -a\sin x - 3b\sin x\cos^2 x$$

$$= -a\sin x - 3b\sin x(1-\sin^2 x)$$

$$= (-a-3b)\sin x + 3b\sin^3 x$$

ដោយ $F(x)$ ជាព្រីមីទីវនៃ $f(x)$ គេបាន:

$$F'(x) = f(x)$$

$$\Leftrightarrow (-a-3b)\sin x + 3b\sin^3 x = 3\sin x - 2\sin^3 x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a-3b=3 \\ 3b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=\dfrac{-2}{3} \end{cases}$$

ដូចនេះ $\boxed{a=-1; b=\dfrac{-2}{3}}$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

វិញ្ញាសាទី៧

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូបឋមសិក្សា និងមធ្យមសិក្សា

សម័យប្រឡង: ១៤ វិច្ឆិកា ២០០២

រយៈពេល: ២ ម៉ោង

1. ក. គណនាលីមីតអនុគមន៍ $f(x)=\dfrac{\sin 2x-\sin x}{\sin 2x+\sin x}$

កាលណា x ខិតជិតសូន្យ ។

ខ. គណនាផ្នែកពិត និង ផ្នែកនិមិត្តនៃចំនួនកុំផ្លិច $Z=\dfrac{1+i}{(1+i\sqrt{3}}$

2. សិក្សាភាពជាប់ និងភាពមានដេរីវេអនុគមន៍:

$f(x)=(x-1)\left|x^2-x\right|$ ត្រង់ចំណុច $x=0$ ។

3. f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ R ដែល $f(x)=\left|(x-1)(x-2)\right|$ ។

គណនា $J=\int_0^2 f(x)dx$ ។

4. ក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់ $(0;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ គេមានចំណុច $A(1;1;1)$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$B(2;3;4); C(6;5;2)$ និង $D(7;7;5)$ ។

ក. បង្ហាញថា $A;B;C;D$ ជាកំពូលនៃប្រលេឡូក្រាម

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡូក្រាមនេះ ។

5. គេអោយអនុគមន៍ $f(x)=2+\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{(x+1)^2}$ ដែល

កំណត់ក្នុង $R-\{-1\}$ ។

ក. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ នៃអនុគមន៍ $f(x)$ និងសិក្សាសញ្ញាវា

ខ. រកឬសសមីការ $f(x)=0$

គ. សិក្សាអថេរភាព និង គូសខ្សែកោង(c)តាងអនុគមន៍$f(x)$

ក្នុងតំរុយអរតូណរមេ រួចរកកូអរដោនេចំណុចរបត់

ឃ. សរសេរសមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង(c) ត្រង់ចំណុច

ដែលមានអាប់ស៊ីសស្មើសូន្យ ។

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ចំលើយ

1. ក. គណនាលីមីត

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x - \sin x}{\sin 2x + \sin x} \text{ រាង } \frac{0}{0}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{2\sin x\cos x - \sin x}{2\sin x\cos x + \sin x}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{\sin x(2\cos x - 1)}{\sin x(2\cos x + 1)}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{2\cos x - 1}{2\cos x + 1} = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$$

ដូចនេះ

$$\boxed{\lim_{x\to 0} f(x) = \frac{1}{3}}$$

ខ. គណនាផ្នែកពិត និងផ្នែកនិមិត្តនៃZ

$$Z = \frac{1+i}{(1+i\sqrt{3})^4} = \frac{1+i}{(1+2i\sqrt{3}-3)^2}$$

$$= \frac{1+i}{4(i\sqrt{3}-1)^2} = \frac{1+i}{4(-3-2i\sqrt{3}+1)}$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$= \frac{1+i}{4(-2-2i\sqrt{3})} = \frac{1+i}{8(-1-i\sqrt{3})}$$

$$= \frac{(1+i)(-1+i\sqrt{3})}{8(1+3)} = \frac{-1-\sqrt{3}-i+i\sqrt{3}}{8\times 4}$$

$$= \frac{-1-\sqrt{3}}{32} + \frac{-1+\sqrt{3}}{32}i$$

<u>ដូចនេះ</u> ផ្នែកពិតគឺ $\frac{-1-\sqrt{3}}{32}$ និងផ្នែកនិមិត្តគឺ $\frac{-1+\sqrt{3}}{32}$

2. សិក្សាភាពជាប់ និងភាពមានដេរីវេនៃអនុគមន៍ $f(x)$

<u>សិក្សាភាពជាប់នៃអនុគមន៍ត្រង់</u> $x = 0$

$$f(x) = (x-1)|x^2 - x|$$

$$f(0) = 0$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} (x-1)|x^2 - x| = (-1)\times|0| = 0$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} (x-1)|x^2 - x| = (-1)\times|0| = 0$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ដោយ $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = f(0) = 0$

$\Rightarrow f$ ជាអនុគមន៍ជាប់ត្រង់ $x = 0$

ដូចនេះ អនុគមន៍ f ជាអនុគមន៍ជាប់ត្រង់ $x = 0$

សិក្សាភាពដេរីវេនៃអនុគមន៍ត្រង់ $x = 0$

$$f'(x_0) = \lim_{x\to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

គេបាន $f'(0^-) = \lim_{x\to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$

$$= \lim_{x\to 0^-} \frac{(x-1)|x^2 - x|}{x} = \lim_{x\to 0^-} \frac{(x-1)|x||x-1|}{x}$$

$$= \lim_{x\to 0^-} \frac{-x(x-1)|x-1|}{x} = \lim_{x\to 0^-} [-(x-1)|x-1|] = 1$$

$$f'(0^+) = \lim_{x\to 0^+} \frac{(x-1)|x^2 - x|}{x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{|x|(x-1)|x-1|}{x}$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$= \lim_{x \to 0^+} [(x-1)|x-1|] = -1$$

ដោយ $f'(0^-) = 1 \neq f'(0^+) = -1$

$\Rightarrow f$ គ្មានដេរីវេត្រង់ $x = 0$

ដូចនេះ

អនុគមន៍ f គ្មានដេរីវេត្រង់ $x = 0$

3. គណនា $J = \int_0^2 f(x)dx$

គេមាន $f(x) = |(x-1)(x-2)| = |x^2 - 3x + 2|$

x	$-\infty$ 1	2	$+\infty$
$x^2 - 3x + 2$	$+$	$-$	$+$
$\|x^2 - 3x + 2\|$	$x^2 - 3x + 2$	$-(x^2 - 3x + 2)$	$x^2 - 3x + 2$

គេបាន $J = \int_0^2 f(x)dx = \int_0^2 |(x-1)(x-2)|dx$

$$= \int_1^2 -(x^2 - 3x + 2)dx + \int_0^1 (x^2 - 3x + 2)dx$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$=-\left(\frac{x^3}{3}-\frac{3}{2}x^2+2x\right)\Bigg|_1^2+\left(\frac{x^3}{3}-\frac{3}{2}x^2+2x\right)\Bigg|_0^1$$

$$=-\left(\frac{8}{3}-6+4\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{2}+2\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{2}+2\right)-0$$

$$=-\frac{8}{3}+2+2\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{2}+2\right)=-\frac{8}{3}+\frac{2}{3}-3+4+2$$

$$=-2-3+6=1$$

<u>ដូចនេះ</u> $\boxed{J=1}$

4. ក. បង្ហាញថាចំណុច $A;B;C;D$ ជាកំពូលនៃប្រលេឡូក្រាម

គេមាន $A(1;1;1);B(2;3;4);C(6;5;2)$ និង $D(7;7;5)$

គេបាន $\overrightarrow{AC}(5;4;1);\overrightarrow{BD}(5;4;1);\overrightarrow{AB}(1;2;3);\overrightarrow{CD}(1;2;3)$

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AC}(5;4;1)\\ \overrightarrow{BD}(5;4;1)\end{array}\right| \Rightarrow \overrightarrow{AC} \parallel \overrightarrow{BD} \qquad (1)$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AB}(1;2;3)\\\overrightarrow{CD}(1;2;3)\end{array}\right| \Rightarrow \overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD} \quad (2)$$

តាម (1) និង (2) បង្ហាញថា $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម

ដែលមានកំពូល $A;B;C;D$

ដូចនេះ

> បង្ហាញថា $A;B;C;D$ ជាកំពូលនៃប្រលេឡូក្រាម

ខ. គណនាក្រឡាផ្ទៃប្រលេឡូក្រាម

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 2 & 3\\ 5 & 4 & 1\end{vmatrix} = -10\vec{i} + 14\vec{j} - 6\vec{k}$$

$$S_{ABCD} = \left\|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right\| = \sqrt{(-10)^2 + 14^2 + (-6)^2}$$

$$= \sqrt{100+196+36} = \sqrt{332} = 2\sqrt{83}$$

ដូចនេះ

> $S_{ABCD} = 2\sqrt{83}$ (ឯកតាផ្ទៃ)

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

5. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x)=2+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{(x+1)^2}$ ដែលមានដែនកំណត់ $D_f=R-\{-1\}$ ។

ក. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងសិក្សាសញ្ញារបស់វា

$$\forall x\in D_f \Rightarrow f'(x)=\frac{-1}{(x+1)^2}+\frac{2}{(x+1)^3}$$

$$=\frac{-(x+1)+2}{(x+1)^3}$$

$$=\frac{-x-1+2}{(x+1)^3}$$

$$=\frac{-x+1}{(x+1)^3}$$

ដូចនេះ $\boxed{f'(x)=\frac{-x+1}{(x+1)^3}}$

បើ $f'(x)=0$; $\frac{-x+1}{(x+1)^3}=0$

$$-x+1=0 \Rightarrow x=1$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់ប៉ះ $(T_1): y = -x - 2\sqrt{3} - 1$

$(T_2): y = -x + 2\sqrt{3} - 1$

5. ក. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ រួចទាញបញ្ជាក់ថា ចំណុច $A; B; C$ រត់មិនត្រង់គ្នា

$\overrightarrow{AB}(1;1;2); \overrightarrow{AC}(0;2;-1)$

គេបាន $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -5\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$

ដូចនេះ $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = -5\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$

ដោយ $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} \neq 0$ នោះចំណុច $A; B; C$ រត់មិនត្រង់គ្នា

ដូចនេះ បញ្ជាក់ថាចំណុច $A; B$ និង C រត់មិនត្រង់គ្នា

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ខ. រកក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}\left\|\vec{AB}\times\vec{AC}\right\|$$

ដោយ $\left\|\vec{AB}\times\vec{AC}\right\|=\sqrt{(-5)^2+1^2+2^2}=\sqrt{30}$

ដូចនេះ $S_{ABC}=\frac{\sqrt{30}}{2}$ (ឯកតាផ្ទៃ)

គ. សរសេរសមីការប្លង់

ប្លង់ (ABC) កាត់តាមចំណុច $B(0;2;4)$ ហើយមាន

វ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{AB}\times\vec{AC}(-5;1;2)$ កំណត់ដោយៈ

$(ABC):-5(x-0)+(y-2)+2(z-4)=0$

$(ABC):-5x+y+2z-2-8=0$

$(ABC):-5x+y+2z-10$

$(ABC):5x-y-2z+10=0$

ដូចនេះ $(ABC):5x-y-2z+10=0$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

វិញ្ញាសាទី៩

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូបឋមសិក្សា និងមត្តេយ្យសិក្សា

សម័យប្រឡង: ១៣ វិច្ឆិកា ២០០៤

រយៈពេល: ២ ម៉ោង

1. ចូរដោះស្រាយវិសមីការៈ

ក. $\sin x + \sqrt{3}\cos x \geq 1$ បើ $-\pi \leq x \leq \pi$

ខ. $\log_2(2-x) + \log_4(x+3) \leq 1$

2. ក. កំណត់ចំនួនថេរ a និង b ដើម្បីអោយចំពោះគ្រប់ x គេបាន

$$\frac{1}{x(x+1)(x+2)} = \frac{a}{x(x+1)} + \frac{b}{(x+1)(x+2)}$$

ខ. គណនាផលបូក

$$S = \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

រួចរកលីមីត S កាលណា n ខិតជិត $+\infty$ ។

3. គេបង្កើតគណៈកម្មការមួយមានសមាជិក5នាក់ ក្នុងចំណោម

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

មនុស្ស 12 នាក់ ។ ចំពោះមនុស្សទាំងនេះ មានពីរនាក់ A និង B អាចចូលជាសមាជិកបាន លុះត្រាតែចូលទាំងពីរនាក់ ។

ក. តើគេអាចបង្កើតគណៈកម្មការបានប៉ុន្មានរបៀប ?

ខ. រកប្រូបាបដើម្បីអោយ A និង B បានចូលជាសមាជិកគណៈកម្មការទាំងពីរនាក់ ។

4. ក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់នៃលំហ គេអោយប្លង់ (P) និងស្វ៊ែ (S) មានសមីការ $(P): x+2y+2z+5=0$ និង សមីការស្វ៊ែ

$$(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z=0$$

ក. កំណត់កូអរដោនេ ផ្ចិត I និងកាំ R នៃស្វ៊ែ (S)

ខ. បង្ហាញថាប្លង់ (P) កាត់ស្វ៊ែ (S) រួចរកសមីការប្លង់ស្របនឹងប្លង់ (P) ហើយប៉ះនឹងស្វ៊ែ (S) ។

5. គេឱ្យអនុគមន៍ $y=f(x)=\dfrac{x^2-2x+1}{-2x-4}$

ក. សិក្សាអថេរភាព និងសង់ខ្សែកោង (c) តាងអនុគមន៍ រួចស្រាយបញ្ជាក់ថា ខ្សែកោងនេះមានផ្ចិតបំលែងឆ្លុះមួយ

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ខ. កំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង (c) ដោយដឹងថា បន្ទាត់ប៉ះនេះកាត់តាមចំណុច $A(0;2)$

គ. គណនាផ្ទៃក្រឡា S ផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង(c) អាស៊ីមតូតទ្រេត បន្ទាត់ $x=3$ និងបន្ទាត់$x=4$ ។

ចំលើយ

1. ដោះស្រាយវិសមីការ:

ក. $\sin x+\sqrt{3}\cos x\geq 1$ បើ $-\pi\leq x\leq\pi$

$$2\left(\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right)\geq 1$$

$$2\left(\sin\frac{\pi}{6}\sin x+\cos\frac{\pi}{6}\cos x\right)\geq 1$$

$$2\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\geq 1$$

$$\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\geq\frac{1}{2}$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\geq\cos\frac{\pi}{3}$$

$$-\frac{\pi}{3}+2k\pi\leq x-\frac{\pi}{6}\leq\frac{\pi}{3}+2k\pi;(k\in Z)$$

$$\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{3}+2k\pi\leq x\leq\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}+2k\pi$$

$$-\frac{\pi}{6}+2k\pi\leq x\leq\frac{\pi}{2}+2k\pi$$

ដូចនេះ $\boxed{-\frac{\pi}{6}+2k\pi\leq x\leq\frac{\pi}{2}+2k\pi;(k\in Z)}$

ខ. $\log_2(2-x)+\log_4(x+3)\leq 1$

វិសមីការមានន័យកាលណា $\begin{cases}2-x>0\\x+3>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<2\\x>-3\end{cases}$

រឺ $-3<x<2$

$$\log_2(2-x)+\log_4(x+3)\leq 1$$

$$\frac{2}{2}\log_2(2-x)+\log_4(x+3)\leq 1$$

$$2\log_4(2-x)+\log_4(x+3)\leq 1$$

$$\log_4(2-x)^2+\log_4(x+3)\leq 1$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$\log_4(2-x)^2(x+3) \le \log_4 4$$

$$(2-x)^2(x+3) \le 4$$

$$(x+3)(4-4x+x^2) \le 4$$

$$4x-4x^2+x^3+12-12x+3x^2 \le 4$$

$$x^3-x^2-8x+8 \le 0$$

$$x^2(x-1)-8(x-1) \le 0$$

$$(x-1)(x^2-8) \le 0 \quad (i)$$

x	$-\infty$	$-\sqrt{8}$		1		$\sqrt{8}$		$+\infty$
$(x-1)$	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
x^2-8	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
(i)	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$\Rightarrow x \in]-\infty;-\sqrt{8}] \cup [1;\sqrt{8}]$
តែ $-3 < x < 2$

$\Rightarrow x \in]-3;-\sqrt{8}] \cup [1;2[$

ដូចនេះ $x =]-3;-\sqrt{8}] \cup [1;2[$ ជាចំលើយនៃវិសមីការ

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

2. ក. កំណត់ចំនួនថេរ a និង b

គេមាន: $\frac{1}{x(x+1)(x+2)}=\frac{a}{x(x+1)}+\frac{b}{(x+1)(x+2)}$

$$=\frac{a(x+2)+bx}{x(x+1)(x+2)}=\frac{ax+2a+bx}{x(x+1)(x+2)}$$

$$=\frac{(a+b)x+2a}{x(x+1)(x+2)}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a+b=0\\2a=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\b=-\frac{1}{2}\end{cases}$$

ដូចនេះ $\boxed{a=\frac{1}{2};b=-\frac{1}{2}}$

ខ. គណនាផលបូក

$$S=\frac{1}{1\cdot2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot3\cdot4}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

តាមសំនួរ (ក) គេបាន:

$$+\begin{cases} \dfrac{1}{1\cdot2\cdot3}=\dfrac{1}{2\cdot1\cdot2}-\dfrac{1}{2\cdot2\cdot3} \\ \dfrac{1}{2\cdot3\cdot4}=\dfrac{1}{2\cdot2\cdot3}-\dfrac{1}{2\cdot3\cdot4} \\ \dfrac{1}{3\cdot4\cdot5}=\dfrac{1}{2\cdot3\cdot4}-\dfrac{1}{2\cdot4\cdot5} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dfrac{1}{n(n+1)(n+2)}=\dfrac{1}{2n(n+1)}-\dfrac{1}{2(n+1)(n+2)} \end{cases}$$

គេបាន:

$$S=\frac{1}{2\cdot2}-\frac{1}{2(n+1)(n+2)}=\frac{1}{4}-\frac{1}{2(n+1)(n+2)}$$

ដូចនេះ ផលបូកនៃស៊ីតគឺ

$$\boxed{S=\frac{1}{4}-\frac{1}{2(n+1)(n+2)}}$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to+\infty} S$

$$\lim_{x\to+\infty} S = \lim_{x\to+\infty}\left[\frac{1}{4}-\frac{1}{2(n+1)(n+2)}\right]$$

$$=\frac{1}{4}-0=\frac{1}{4}$$

ដូចនេះ $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} S=\frac{1}{4}}$

3. ក. រកចំនួនរបៀបដែលគេអាចបង្កើតគណៈកម្មការ

$$n(S)=C(12;5)=\frac{12!}{(12-5)!5!}$$

$$=\frac{7!\times8\times9\times10\times11\times12}{7!5!}=\frac{8\times9\times10\times11\times12}{2\times3\times4\times5}$$

$$=3\times2\times11\times12=792$$

ដូចនេះ គេអាចបង្កើតគណៈកម្មការបានចំនួន 792 របៀប

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ខ. រកប្រូបាបដើម្បីអោយ A និង B បានចូលជាសមាជិកទាំងពីរនាក់

តាង E ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែល A និង B បានចូលជាសមាជិកទាំងពីរ

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(E) = C(2;2) \times C(10;3)$

$$n(E) = 1 \times \frac{10!}{7!3!} = \frac{8 \times 9 \times 10}{2 \times 3} = 4 \times 3 \times 10 = 120$$

$$\Rightarrow P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{120}{792} = 0{,}15$$

ដូចនេះ $\boxed{P(E) = 0{,}15}$

4. ក. កំណត់កូអរដោនេផ្ចិត I និង កាំ R នៃស្វ៊ែ (S)

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 4y + 4)$$

$$+ (z^2 + 4z + 4) - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2) = 3^2$$

មានទំរង់ $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

នាំអោយ $a=1;b=2;c=-2$ និង $R=3$

ដូចនេះ ផ្ចិត $I(1;2;-2)$ និងកាំ $R=3$

ខ. បង្ហាញថាប្លង់ (P) កាត់ស្វ៊ែ (S)

ប្លង់ (P) កាត់ស្វ៊ែ (S) លុះត្រាតែចំងាយពីផ្ចិតស្វ៊ែទៅប្លង់ (P) តូចជាងកាំR នៃស្វ៊ែ(S)

គេមានកាំស្វ៊ែ $R=3$ និង ប្លង់$(P): x+2y+2z+5=0$

ចំងាយ $d(I,(P))=\dfrac{|1+2\cdot 2+2(-2)+5|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\dfrac{6}{3}=2$

ដោយ $d(I,(P))=2<R=3$

ដូចនេះ បង្ហាញថាប្លង់ (P) កាត់ស្វ៊ែ (S)

រកសមីការបណ្ដាប្លង់ស្របនឹងប្លង់ (P) ហើយប៉ះស្វ៊ែ(S)

ប្លង់ (P) មានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}(1;2;2)$

តាង $M(x_0;y_0;z_0)$ ជាចំណុចដែលប៉ះស្វ៊ែ(S)

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

គេបាន $\overrightarrow{IM}(x_0-1;y_0-2;z+2)$

ដោយ $\vec{n}\|\overrightarrow{IM}$ គេបាន:

$$\vec{n}\times\overrightarrow{IM}=0$$

គេមាន $\vec{n}\times\overrightarrow{IM}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 2 & 2\\ (x_0-1) & (y_0-2) & (z_0+2)\end{vmatrix}$

$=[2(z_0+2)-2(y_0-2)]\vec{i}-[(z_0+2)-2(x_0-1)]\vec{j}$

$+[(y_0-2)-2(x_0-1)]\vec{k}=(2z_0-2y_0+8)\vec{i}$

$-(z_0-2x_0+4)\vec{j}+(y_0-2x_0)\vec{k}$

គេបាន $\begin{cases}2z_0-2y_0+8=0 & (1)\\ z_0-2x_0+4=0 & (2)\\ y_0-2x_0=0 & (3)\end{cases}$

តាម(3) $\Rightarrow y_0=2x_0$ យកទៅជំនួសក្នុង (1);(2)

$$\begin{cases}2z_0-4x_0+8=0\\ z_0-2x_0+4=0 \quad \times(-2)\end{cases}$$

$$0=0$$

ប្រព័ន្ធសមីការមានឫសរាប់មិនអស់ តាង $x_0=t;(t\in R)$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

តាម(3) $\Rightarrow y_0 = 2x_0 = 2t$

(2) $\Rightarrow z_0 = 2x_0 - 4 = 2t - 4$

យក $x_0; y_0; z_0$ ជំនួសក្នុងសមីការស្វ៊ែ(S) គេបាន:

$$t^2 + 4t^2 + (2t-4)^2 - 2t - 8t + 4(2t-4) = 0$$

$$9t^2 - 16t - 10t + 8t + 16 - 16 = 0$$

$$9t^2 - 18t = 0$$

$$9t(t-2) = 0$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t - 2 = 0 \Rightarrow t = 2 \end{array}\right.$$

ចំពោះ $t = 0 \Rightarrow M_1(0;0;-4)$

$t = 2 \Rightarrow M_2(2;4;0)$

ប្លង់ $(Q_1);(Q_2)$ កាត់តាមចំណុចរៀងគ្នា $M_1(0;0;-4)$ និង $M_2(2;4;0)$ ហើយកែងនឹង $\vec{n}(1;2;2)$ កំណត់ដោយ:

$$\left[\begin{array}{l} (Q_1): (x-0) + 2(y-0) + 2(z+4) = 0 \\ (Q_2): (x-2) + 2(y-4) + 2(z-0) = 0 \end{array}\right.$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$\begin{cases}(Q_1): x+2y+2z+8=0\\(Q_2): x+2y+2z-10=0\end{cases}$$

ដូចនេះ

$$\boxed{(Q_1): x+2y+2z+8=0; (Q_2): x+2y+2z-10=0}$$

5. គេអោយអនុគមន៍ $y=f(x)=\dfrac{x^2-2x+1}{-2x-4}$

ក. សិក្សាអថេរភាព និងសង់ខ្សែកោង(c)តាងអនុគមន៍

ដែនកំណត់ $D_f=R-\{-2\}$

ទិសដៅអថេរភាព

$$f'(x)=\frac{(2x-2)(-2x-4)+2(x^2-2x+1)}{(-2x-4)^2}$$

$$=\frac{-2(x-1)2(x+2)+2(x-1)^2}{(-2x-4)^2}$$

$$=\frac{(x-1)[-4(x+2)+2(x-1)]}{4(x+2)^2}$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$=\frac{(x-1)(-4x-8+2x-2)}{4(x+2)^2}$$

$$=\frac{(x-1)(-2x-10)}{4(x+2)^2}=\frac{(x-1)(-x-5)}{2(x+2)^2}$$

ដោយ $2(x+2)^2>0, \forall x\in D_f$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញា

ដូច $(x-1)(-x-5)$ ។

បើ $f'(x)=0$; $(x-1)(-x-5)=0$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x-1=0\Rightarrow x=1\\ -x-5=0\Rightarrow x=-5\end{array}\right.$$

សញ្ញានៃ $f'(x)$

x	$-\infty$	-5		-2		1	$+\infty$
$x-1$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
$-x-5$	$+$	0	$-$		$-$		$-$
$f'(x)$	$-$	0	$+$		$+$	0	$-$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

គណនាតំលៃបរមា

$$x=-5; f(-5)=6$$

$$x=1; f(1)=0$$

គណនាលីមីត និងអាស៊ីមតូត

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2-2x+1}{-2x-4}=\pm\infty$$

$$\lim_{x\to-2} f(x)=\lim_{x\to-2}\frac{x^2-2x+1}{-2x-4}=\pm\infty$$

$\Rightarrow$ បន្ទាត់ $x=-2$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (c) ។

អាស៊ីមតូតទ្រេត

$$f(x)=\frac{x^2-2x+1}{-2x-4}=-\frac{1}{2}x+2+\frac{9}{-2x-4}$$

ដោយ $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{9}{-2x-4}=0$

$\Rightarrow$ បន្ទាត់ $y=-\frac{1}{2}x+2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (c) ។

ដូចនេះ

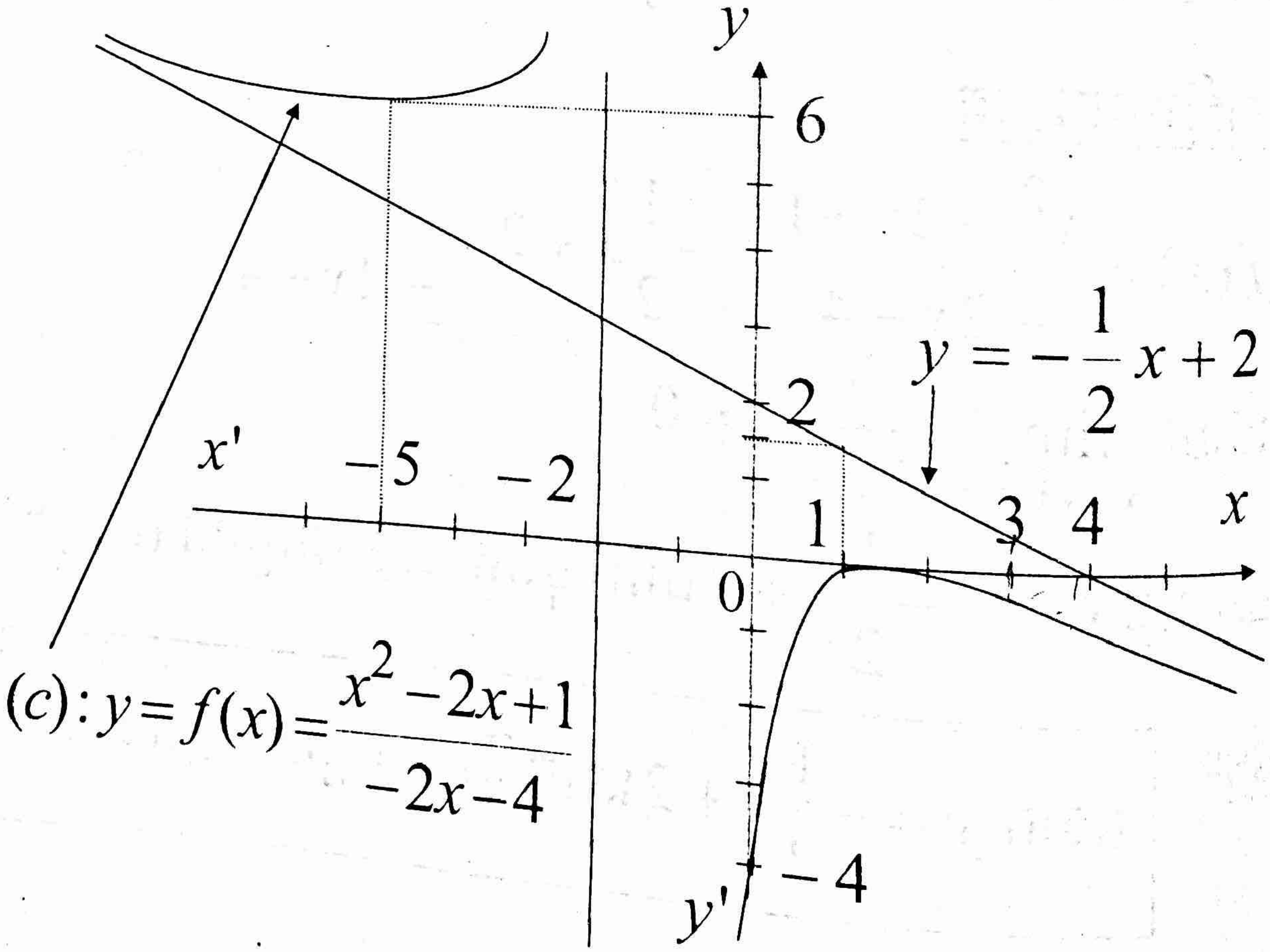
បន្ទាត់ $y=-\frac{1}{2}x+2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (c)

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

តារាងអថេរភាពនៃ $f(x)$

x	$-\infty$		-5		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$ ↘		6	↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗	0	↘	$-\infty$

សង់ខ្សែកោង(c)តាងអនុគមន៍



www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ស្រាយបញ្ជាក់ថា ខ្សែកោងនេះមានផ្ចិតឆ្លុះមួយ

ផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោងនេះ ជាចំណុចប្រសព្វរវាងអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតទ្រេត ។ យក $I(x_0;y_0)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (c)

គេបាន $x=-2 \quad y=-\frac{1}{2}(-2)+2=1+2=3$

$\Rightarrow I(-2;3)$

ចំណុច $I(-2;3)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះកាលណាផ្ទៀងផ្ទាត់

$f(-4-x)+f(x)=2\times 3$

$f(-4-x)+f(x)=6 \qquad (1)$

គណនា :

$$f(-4-x)+f(x)=\frac{(-4-x)^2-2(-4-x)+1}{-2(-4-x)-4}+f(x)$$

$$=\frac{16+8x+x^2+8+2x+1}{8+2x-4}+f(x)$$

$$=\frac{x^2+10x+25}{2x+4}+f(x)=\frac{-(x^2+10x+25)}{-2x-4}+f(x)$$

$$=\frac{-x^2-10x-25}{-2x-4}+\frac{x^2-2x+1}{-2x-4}=\frac{-12x-24}{-2x-4}$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$=\frac{6(-2x-4)}{(-2x-4)}=6 \quad (2)$$

តាម(1)និង(2)បង្ហាញថា $I(-2;3)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង(c)

ដូចនេះ បង្ហាញថា ខ្សែកោង(c) មានផ្ចិតឆ្លុះមួយគឺ $\boxed{I(-2;3)}$

ខ. កំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង(c)

សមីការបន្ទាត់ប៉ះមានទំរង់ $(T): y=ax+b$

ដោយដឹងថា (T) កាត់តាមចំណុច $A(0;2)$

គេបាន $2=0\times a+b \Leftrightarrow b=2$

តែតាមរូបមន្ត$(T): y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

$$\Leftrightarrow (T): x\ f'(x_0)-x_0f'(x_0)+f(x_0)$$

គេទាញបាន: $-x_0f'(x_0)+f(x_0)=b=2$

$$-x_0f'(x_0)+f(x_0)=2$$

$$\frac{-x_0(x_0-1)(-x_0-5)}{2(x_0+2)^2}+f(x_0)=2$$

$$\frac{x_0(x_0-1)(x_0+5)}{2(x_0+2)^2}+f(x_0)=2$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$\frac{x_0(x_0^{\;2}+4x_0-5)}{2(x_0+2)^2}+\frac{x_0^{\;2}-2x_0+1}{-2x_0-4}=2$$

$$\frac{x_0^{\;3}+4x_0^{\;2}-5x_0}{2(x_0+2)^2}+\frac{x_0^{\;2}-2x_0+1}{-2(x_0+2)}=2$$

$$\frac{x_0^{\;3}+4x_0^{\;2}-5x_0}{2(x_0+2)^2}+\frac{-(x_0+2)(x_0^{\;2}-2x_0+1)}{2(x_0+2)^2}=2$$

$$\frac{x_0^{\;3}+4x_0^{\;2}-5x_0-x_0^{\;3}+3x_0-2}{2(x_0+2)^2}=2$$

$$\frac{4x_0^{\;2}-2x_0-2}{2(x_0+2)^2}=2$$

$$4x_0^{\;2}-2x_0-2=4(x_0+2)^2$$

$$2x_0^{\;2}-x_0-1=2(x_0^{\;2}+4x_0+4)$$

$$2x_0^{\;2}-x_0-1-2x_0^{\;2}-8x_0-8=0$$

$$-9x_0-9=0\Leftrightarrow 9x_0=-9\Rightarrow x_0=\frac{-9}{9}=-1$$

$$x_0=-1$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

គេបាន: $f'(-1)=\frac{(-2)(-4)}{2}=4$

$$f(-1)=\frac{1+2+1}{2-4}=\frac{4}{-2}=-2$$

$$\Rightarrow (T): y=4(x+1)-2$$

$$(T): y=4x+4-2$$

$$(T): y=4x+2$$

ដូចនេះ | សមីការបន្ទាត់ប៉ះ $(T): y=4x+2$ |

គ. គណនាផ្ទៃក្រឡា S

$$S=\int_3^4\left(-\frac{1}{2}x+2-\frac{x^2-2x+1}{-2x-4}\right)dx$$

$$=\int_3^4\left(\frac{(-x-2)(-x+4)-(x^2-2x+1)}{-2x-4}\right)dx$$

$$=\int_3^4\frac{(x^2-2x-8)-(x^2-2x+1)}{-2x-4}dx$$

$$=\int_3^4\left(\frac{-9}{-2x-4}\right)dx=\frac{9}{2}\int_3^4\left(\frac{1}{x+2}\right)dx$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$=\frac{9}{2}\ln|x+2|\Big|_3^4=\frac{9}{2}(\ln 6-\ln 5)=\frac{9}{2}\ln\frac{6}{5}$$

ដូចនេះ $S=\frac{9}{2}\ln\frac{6}{5}$ (ឯកតាផ្ទៃ)

វិញ្ញាសាទី១០

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូបឋមសិក្សា និងមត្តេយ្យសិក្សា

សម័យប្រឡង: ១៥ ធ្នូ ២០០៥

រយៈពេល: ២ ម៉ោង

1. ក. ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំណុំកុំផ្លិច $x^2-2x+5=0$

ខ. កំណត់តម្លៃ a និង b ដើម្បីអោយ $2-i$ ជាឫសនៃសមីការ $ax^2+bx-20=0$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

គ. សរសេរ $Z=\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

2. ចូរសង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $f(x)=|x|$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា អនុគមន៍ $f(x)$ ជាអនុគមន៍ជាប់ តែគ្មានដេរីវេត្រង់ចំណុច $x=0$

3. ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលពណ៌ស 12 និង មានប៊ូលពណ៌ខ្មៅ 15 ។ គេចាប់យកចេញពីក្នុងថង់នូវប៊ូលពីរជាមួយគ្នា ។ តើគេមានប៉ុន្មានរបៀបដើម្បីចាប់យកចេញអោយបានយ៉ាងតិចបំផុតប៊ូលពណ៌ស 1 ។

4. ក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់ $(0;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ។គេមានចំណុច $A(4;-2;0)$ $B(1;2;2)$; $C(2;-1;0)$ និង $D(2;-2;-1)$ ។

ក. កំណត់សមីការប៉ារ៉ាម៉ែតនៃបន្ទាត់ (d) ដែលកាត់តាមចំណុច A ហើយមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\overrightarrow{CD}$

ខ.សរសេរសមីការប្លង់ (P) ដែលកាត់តាមចំណុច B ហើយកែងបន្ទាត់ (CD)

គ. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (d) និងប្លង់ (P)

5. គេអោយអនុគមន៍ $f_m(x)=\ln(x^2+4x+m)$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ក. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីអោយអនុគមន៍នេះមានដែនកំណត់ស្មើចំនួនពិត R ។

ខ. ចំពោះតម្លៃ $m=0$ ដោះស្រាយសមីការ

$$f_m(x)=\ln(x+2)+\ln 2$$

គ. ស្រាយបញ្ជាក់ថាអនុគមន៍

$$F(x)=2[(x+2)\ln|x+2|-x]$$

ជាព្រីមីទីវនៃអនុគមន៍ $f(x)=\ln(x^2+4x+4)$ ។

ចំលើយ

1. ក. ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំណុំកុំផ្លិច

$$x^2-2x+5=0$$

$$\Delta'=(-1)^2-5=-4=(2i)^2$$

$$\Rightarrow x_1=1-2i; x_2=1+2i$$

ដូចនេះ $\boxed{x_1=1-2i; x_2=1+2i}$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ខ. កំណត់តម្លៃ a និង b

ដើម្បីអោយ $2-i$ ជាឫសសមីការ $ax^2+bx-20=0$

កាលណា $a(2-i)^2+b(2-i)-20=0$

$$a(4-4i-1)+b(2-i)-20=0$$

$$3a-4ai+2b-bi-20=0$$

$$(3a+2b-20)+(-4a-b)i=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}3a+2b-20=0\\-4a-b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-4\\b=16\end{cases}$$

ដូចនេះ $\boxed{a=-4;b=16}$

គ. សរសេរ $Z=\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

គេមាន $\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{1+1}=\frac{1+2i-1}{2}=i$

$$=0+i=\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}$$

គេបាន $Z=\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)^3=\left(\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2}\right)$

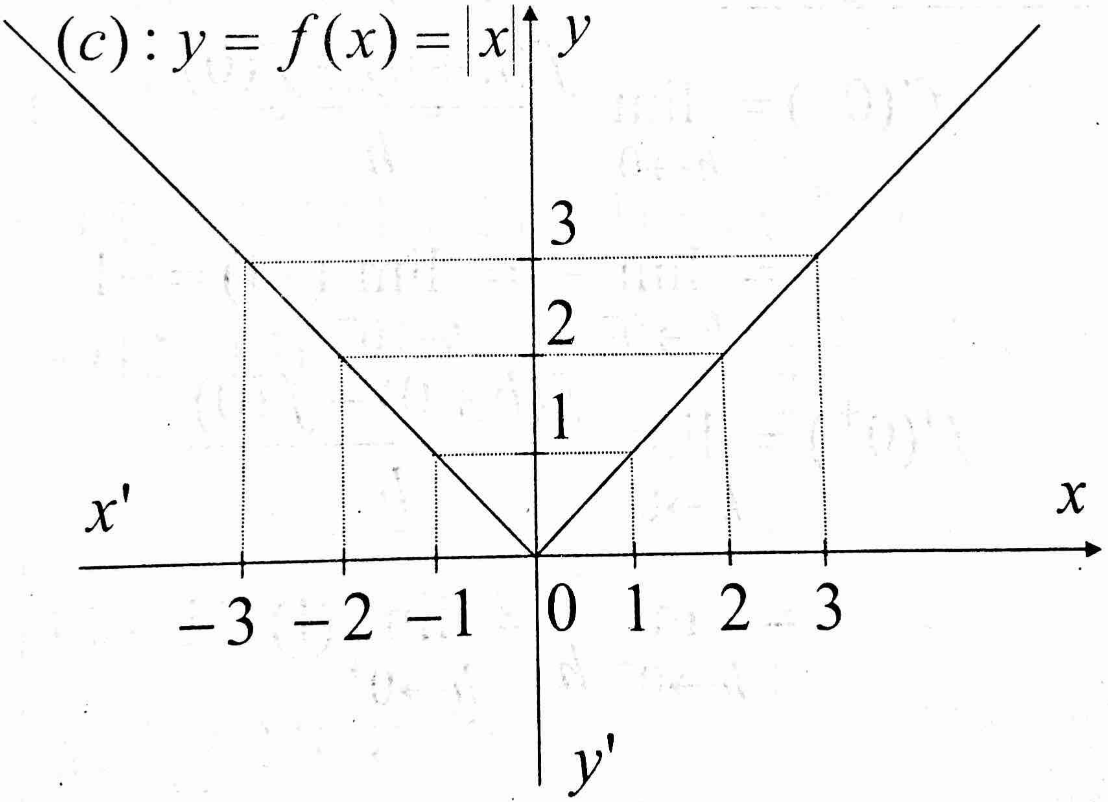
www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ដូចនេះ $Z=\left(\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2}\right)$

2. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=f(x)=|x|$

តារាងតំលៃលេខជំនួយ

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	3	2	1	0	1	2	3



www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា អនុគមន៍ $f(x)$ ជាអនុគមន៍ជាប់ តែគ្មានដេរីវេត្រង់ចំណុច $x=0$

គេមាន $f(0)=0$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} |x| = 0$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} |x| = 0$$

ដោយ $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = f(0) = 0$

$\Rightarrow f$ ជាអនុគមន៍ជាប់ត្រង់ $x=0$ (1)

ដេរីវេខាងឆ្វេងត្រង់ $x=0$

$$f'(0^-) = \lim_{h\to 0^-} \frac{f(h+0)-f(0)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0^-} \frac{|h|}{h} = \lim_{h\to 0^-} (-1) = -1$$

$$f'(0^+) = \lim_{h\to 0^+} \frac{f(h+0)-f(0)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0^+} \frac{|h|}{h} = \lim_{h\to 0^+} (1) = 1$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ដោយ $f'(0^-)=-1\neq f'(0)=1$

$\Rightarrow f$ គ្មានដេរីវេត្រង់ $x=0$ (2)

តាម (1) និង (2) គេបាន អនុគមន៍ $f(x)$ ជាអនុគមន៍ជាប់

តែគ្មានដេរីវេត្រង់ចំណុច $x=0$ ។

ដូចនេះ បង្ហាញថា អនុគមន៍ $f(x)$ ជាអនុគមន៍ជាប់

តែគ្មានដេរីវេត្រង់ចំណុច $x=0$ ។

3. រកចំនួនករណីដែលគេអាចចាប់បានប៊ូលសមួយយ៉ាងតិច

គេចាប់ប៊ូលសមួយយ៉ាតិចមានន័យថា គេអាចចាប់បាន:

ប៊ូលស1 ខ្មៅ1 ឬ ប៊ូលសទាំង2

គេបាន $n(S)=C(12;1)\times C(15;1)+C(12;2)$

$$=(12\times 15)+\frac{12!}{10!2!}=180+\frac{11\times 12}{2}=246$$

ដូចនេះ

គេអាចចាប់បានប៊ូលសមួយយ៉ាងតិច បានចំនួន 246 របៀប

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

4. គេអោយចំណុច $A(4;-2;0); B(1;2;2); C(2;-1;0)$ និង $D(2;-2;-1)$ គេបាន $\overrightarrow{CD}(0;-1;-1)$

ក. កំណត់សមីការប៉ារ៉ាម៉ែតបន្ទាត់ (d)

បន្ទាត់ (d) កាត់តាមចំណុច $A(4;-2;0)$ ហើយមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\overrightarrow{CD}(0;-1;-1)$ កំណត់ដោយៈ

$$(d):\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct;(t \in R) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 - t \\ z = -t \end{cases}$$

ដូចនេះ $\boxed{(d): x = 4; y = -2 - t; z = -t;(t \in R)}$

ខ. សរសេរសមីការប្លង់(P)

ប្លង់ (P) កាត់តាម$B(1;2;2)$ ហើយកែងនឹង$\overrightarrow{CD}(0;-1;-1)$

កំណត់ដោយៈ $(P): 0(x-1)-(y-2)-(z-2)=0$

$(P): -y - z + 2 + 2 = 0$

$(P): y + z - 4 = 0$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ដូចនេះ $(P): y+z-4=0$

គ. រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់(d)និងប្លង់ (P)

តាង $M(x_0;y_0;z_0)$ជាចំណុចប្រសព្វ

ប្លង់ $(P): y+z-4=0$

បន្ទាត់ $(d): x=4; y=-2-t; z=-t$

$$(P)\cap(d): (-2-t)+(-t)-4=0$$
$$-t-t-2-4=0$$
$$-2t=6 \Rightarrow t=\frac{-6}{2}=-3$$
$$\Rightarrow x_0=4; y_0=1; z=3$$

ដូចនេះ $M(4;1;3)$

5. គេអោយអនុគមន៍ $f_m(x)=\ln(x^2+4x+m)$

ក. កំណត់តម្លៃ m

ដើម្បីអោយ f_m មានដែនកំណត់ស្មើចំនួនពិតR លុះត្រាតែ

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$x^2+4x+m>0$

$\Delta'=2^2-m=4-m$

ដើម្បីអោយ $x^2+4x+m>0$ លុះត្រាតែ $\Delta'<0$

គេបាន $4-m<0 \Rightarrow m>4$

ដូចនេះ f_m មានដែនកំណត់ស្មើចំនួនពិតR លុះត្រាតែ $m>4$

ខ. ចំពោះ $m=0$ ដោះស្រាយសមីការ

$f_m(x)=\ln(x+2)+\ln 2$

$\Leftrightarrow \ln(x^2+4x)=\ln 2(x+2)$

$x^2+4x=2x+4$

$x^2+2x-4=0$

$\Delta'=1^2+4=5$

$\Rightarrow x_1=-1-\sqrt{5}; x_2=-1+\sqrt{5}$

ដូចនេះ $x_1=-1-\sqrt{5}; x_2=-1+\sqrt{5}$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

គ. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $F(x)$ ជាព្រីមីទីវនៃ $f(x)$

គេមាន $F(x)=2[(x+2)\ln|x+2|-x]$

$$f(x)=\ln(x^2+4x+4)$$

ដោយ $F'(x)=2\left(\ln|x+2|+\dfrac{1}{x+2}(x+2)-1\right)$

$$=2\ln|x+2|$$

$$=\ln(x+2)^2$$

$$=\ln(x^2+4x+4)=f(x)$$

ដោយ $F'(x)=f(x)$

នាំអោយ $F(x)$ ជាព្រីមីទីវនៃ $f(x)$

<u>ដូចនេះ</u>

បង្ហាញថា $F(x)$ ជាព្រីមីទីវនៃ $f(x)$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

វិញ្ញាសាទី១១

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូបឋមសិក្សា និងមត្តេយ្យសិក្សា

សម័យប្រឡង: ១៨ វិច្ឆិកា ២០០៦

រយៈពេល: ២ ម៉ោង

1. ក. កំណត់ចំនួនកុំផ្លិច Z ដែល $Z;\frac{1}{Z}$ និង $1-Z$ មានម៉ូឌុលស្មើគ្នា

ខ. ដោះស្រាយសមីការ $|x|-x=1+2i$ ដែល x ជាចំនួនកុំផ្លិច

គ. គេឱ្យបីចំនួន $a;b;c$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $abc=1$

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{1}{1+a+ab}+\frac{1}{1+b+bc}+\frac{1}{1+c+ca}=1$

*2. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$

ក. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ $f(x)$

ខ. បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍សេស និងជាអនុគមន៍កើន ។

3. ក. កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះខ្សែកោងតាងអនុគមន៍

$y=\frac{e^x}{1-\sin x}$ ត្រង់ចំណុចដែលមានអាប់ស៊ីសស្មើ $x=0$ ។

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ខ. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ M រវាងបន្ទាត់(T)និងខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ $y=2x+1+\ln(x-1)$ ។

4. គេមានការេមួយជ្រុងស្មើ a ។ នៅក្នុងការេនោះគេសង់ការេមួយទៀតដែលមានកំពូលវាជាចំណុចកណ្ដាលជ្រុងនៃការេមុន ។ គេសង់ការេរបៀបនេះរហូតដល់បាន n ការេ ។

ក. គណនាផ្ទៃក្រឡាការេទី n

ខ. គណនាផលបូកផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ ។

5. ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតំរុយអរតូណរម៉ាល់វិជ្ជមាន$(0;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ។ គេឱ្យចំណុច $A(3;2;0)$ និង $B(0;-1;3)$ ។

ក. រកសមីការប្លង់ (Q)ដែលកាត់តាមចំណុចA ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (AB)

ខ. គេឱ្យចំណុច $R(5;0;0);S(0;5;0)$ និង $T(0;0;-5)$ ។ ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាចំណុច $R;S;T$ ជាចំណុចរបស់ប្លង់(Q)

គ. គណនាប្រវែង AB និងផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ RST ។

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ចំលើយ

1. ក. កំណត់ចំនួនកុំផ្លិចZ

តាង $Z \doteq a+bi;(a,b\in R)$

គេបាន $\frac{1}{Z}=\frac{1}{a+bi}=\frac{a-bi}{a^2+b^2}=\frac{a}{a^2+b^2}-\frac{b}{a^2+b^2}i$

$$1-Z=1-a-bi$$

ម៉ូឌុលនៃ Z គឺ $r_1=\sqrt{a^2+b^2}$

ម៉ូឌុលនៃ$\frac{1}{Z}$ គឺ $r_2=\sqrt{\left(\frac{a}{a^2+b^2}\right)^2+\left(\frac{b}{a^2+b^2}\right)^2}$

ម៉ូឌុលនៃ $1-Z$ គឺ $r_3=\sqrt{(1-a)^2+b^2}$

តាមបំរាប់ $r_1=r_2=r_3$

គេបាន:

$$\begin{cases} r_2=r_1 \\ r_3=r_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\left(\frac{a}{a^2+b^2}\right)^2+\left(\frac{b}{a^2+b^2}\right)^2}=\sqrt{a^2+b^2} \\ \sqrt{(1-a)^2+b^2}=\sqrt{a^2+b^2} \end{cases}$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{a^2}{(a^2+b^2)^2} + \dfrac{b^2}{(a^2+b^2)^2} = a^2+b^2 \\ 1-2a+a^2+b^2 = a^2+b^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{(a^2+b^2)^2} = 1 \\ 1-2a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a^2+b^2)^2 = 1 \\ a = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{4}+b^2\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{4}+b^2 = 1$$

$$b^2 = 1-\frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow b = \pm\frac{\sqrt{3}}{4}.$$

គេបាន $Z_1 = \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}i; Z_2 = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

<u>ដូចនេះ</u> $\boxed{Z_1 = \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}i; Z_2 = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i}$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ខ. ដោះស្រាយសមីការ $|x|-x=1+2i$

តាង $x=a+bi;(a,b\in R)\Rightarrow |x|=\sqrt{a^2+b^2}$

គេបាន $|x|-x=1+2i$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2}-(a+bi)=1+2i$$

$$\Rightarrow \begin{cases}\sqrt{a^2+b^2}-a=1\\ -b=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{a^2+b^2}=a+1\\ b=-2\end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2+4}=a+1$$

$$\Leftrightarrow a^2+4=(a+1)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2+4=a^2+2a+1$$

$$2a=4-1\Rightarrow a=\frac{3}{2}$$

គេបាន $x=\frac{3}{2}-2i$

ដូចនេះ

$$\boxed{x=\frac{3}{2}-2i}$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

គ. ស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$$\frac{1}{1+a+ab}+\frac{1}{1+b+bc}+\frac{1}{1+c+ca}=1$$

គណនា៖ $\frac{1}{1+a+ab}+\frac{1}{1+b+bc}+\frac{1}{1+c+ca}$

$$=\frac{c}{c+ca+1}+\frac{1}{1+b+bc}+\frac{1}{1+c+ca}$$

$$=\frac{c+1}{1+c+ca}+\frac{1}{1+b+bc}=\frac{b(c+1)+1}{1+b+bc}=\frac{bc+b+1}{1+b+bc}$$

$$=\frac{1+b+bc}{1+b+bc}=1$$

ដូចនេះ បង្ហាញថា៖

$$\boxed{\frac{1}{1+a+ab}+\frac{1}{1+b+bc}+\frac{1}{1+c+ca}=1}$$

2. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$

ក. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f

អនុគមន៍ f មានន័យកាលណា $x+\sqrt{1+x^2}>0$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ដោយ $1+x^2>0, \forall x \in R$

ម្យ៉ាងទៀត $\sqrt{1+x^2}>x$ នោះនាំអោយ $x+\sqrt{1+x^2}>0$

<u>ដូចនេះ</u> $\boxed{D_f = R}$

ខ. បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍សេស និងជាអនុគមន៍កើន

អនុគមន៍ f ជាអនុគមន៍សេសកាលុណាផ្ទៀងផ្ទាត់

$$f(-x)=-f(x)$$

គណនា: $f(-x)=\ln\left(-x+\sqrt{1+x^2}\right)$

$$=\ln\left[\frac{\left(-x+\sqrt{1+x^2}\right)\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)}{x+\sqrt{1+x^2}}\right]$$

$$=\ln\left(\frac{-x^2+1+x^2}{x+\sqrt{1+x^2}}\right)=\ln\left(\frac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}\right)$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)^{-1}=-\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)=-f(x)$$

ដោយ $f(-x)=-f(x)$

ដូចនេះ បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍សេស ។

គណនាដេរីវេនៃ f :

$$f'(x)=\frac{\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)'}{\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)}=\frac{1+\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}}{x+\sqrt{1+x^2}}$$

$$=\frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)}=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}>0,\forall x\in R\Rightarrow f$ ជាអនុគមន៍កើន

ដូចនេះ

បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍កើន

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

3. ក. រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះ(T)

តាមរូបមន្ត $(T): y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

គេមាន $f(x) = \dfrac{e^x}{1 - \sin x}$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{e^x(1 - \sin x) - e^x(-\cos x)}{(1 - \sin x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{e^x(1 - \sin x + \cos x)}{(1 - \sin x)^2}$$

គេបាន $f'(0) = 2; f(0) = 1$

$$\Rightarrow (T): y = 2(x - 0) + 1$$

$$(T): y = 2x + 1$$

ដូចនេះ $\boxed{(T): y = 2x + 1}$

ខ. រកកូអរដោនេនៃចំណុចM

$(T): y = 2x + 1$ ប្រសព្វនឹង $y = 2x + 1 + \ln(x - 1)$

គេបាន $2x + 1 = 2x + 1 + \ln(x - 1)$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$\ln(x-1)=0$$

$$x-1=1\Rightarrow x=2$$

$$\Rightarrow y=2\times 2+1=5$$

ដូចនេះ កូអរដោនេចំណុច M គឺ $\boxed{M(2;5)}$

4. ក. គណនាផ្ទៃក្រឡាការេទី n

តាង $x_1;x_2;x_3;\ldots\ldots\ldots\ldots;x_n$ ជាផ្ទៃក្រឡាការេបន្តបន្ទាប់

តាមលក្ខណៈការេ គេបានផ្ទៃក្រឡាការេទីៈ

ទី 1 គឺ $x_1=a^2$

ទី 2 គឺ $x_2=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 a^2$

ទី 3 គឺ $x_3=\left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\right]^2 a^2$

ទី 4 គឺ $x_4=\left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3\right]^2 a^2$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ទី 5 គឺ $x_5 = \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4\right]^2 a^2$

....

ទី n គឺ $x_n = \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}\right]^2 a^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាការេទី n គឺ $\boxed{x_n = \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}\right]^2 a^2}$

ខ. គណនាផលបូកផ្ទៃក្រឡាការេទាំងអស់

$$S_n = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \ldots\ldots + x_n$$

$$= a^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 a^2 + \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\right]^2 a^2$$

$$+ \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3\right]^2 a^2 + \ldots\ldots + \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}\right]^2 a^2$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$= a^2\left[1+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4+\dots+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2n-2}\right]$$

តាមរូបមន្ត $S_n = \dfrac{u_1(q^n-1)}{q-1}$

ដោយ $u_1 = 1$ និង $q = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

គេបាន $S_n = a^2\left[\dfrac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2n}-1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-1}\right]$

ដូចនេះ ផលបូកផ្ទៃក្រឡាការេទាំងអស់គឺ

$$S_n = a^2\left[\frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2n}-1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-1}\right] \text{(ឯកតាផ្ទៃ)}$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

5. ក. រកសមីការប្លង់(Q)

ប្លង់ (Q) កាត់តាមចំណុច $A(3;2;0)$ ហើយកែងនឹង

$\overrightarrow{AB}(-3;-3;3)$ កំណត់ដោយៈ

$(Q):-3(x-3)-3(y-2)+3(z-0)=0$

$(Q):-3x-3y+3z+9+6=0$

$(Q):-3x-3y+3z+15=0$

$(Q):x+y-z-5=0$

ដូចនេះ $\boxed{(Q):x+y-z-5=0}$

ខ. ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាចំណុច $R;S;T$ ជាចំណុចរបស់ប្លង់ (Q)

យកចំណុច $R(5;0;0);S(0;5;0)$ និង$T(0;0;-5)$ ជំនួស

ក្នុងប្លង់ (Q) គេបានៈ

$$\begin{cases}5+0+0-5=0\\0+5+0-5=0\\0+0+5-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0=0\\0=0\\0=0\end{cases}\quad \text{ពិត}$$

ដូចនេះ បង្ហាញថា ចំណុច$R;S;T$ ជាចំណុចរបស់ប្លង់ (Q)

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

គ. គណនាប្រវែង AB និងផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណRST

$$AB = \left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2 + 3^2}$$

$$= \sqrt{3^2 \times 3} = 3\sqrt{3}$$

ដូចនេះ $\boxed{AB = 3\sqrt{3}(\text{ឯកតាប្រវែង})}$

គេមាន $\overrightarrow{RS}(-5;5;0); \overrightarrow{RT}(-5;0;-5)$

គេបាន

$$\overrightarrow{RS} \times \overrightarrow{RT} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -5 & 5 & 0 \\ -5 & 0 & -5 \end{vmatrix} = -25\vec{i} - 25\vec{j} + 25\vec{k}$$

ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណRST កំណត់ដោយ $S_{RST} = \frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{RS} \times \overrightarrow{RT}\right\|$

ដោយ $\left\|\overrightarrow{RS} \times \overrightarrow{RT}\right\| = \sqrt{(-25)^2 + (-25)^2 + (25)^2}$

$$= \sqrt{3 \times (25)^2} = 25\sqrt{3}$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$\int u\,dv = uv - \int v\,du$

ដូចនេះ $S_{RST} = \dfrac{25\sqrt{3}}{2}$ (ឯកតាផ្ទៃ)

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូបឋមសិក្សា និងមត្តេយ្យសិក្សា

សម័យប្រឡង: ១៦ វិច្ឆិកា ២០០៧

រយៈពេល: ២ ម៉ោង

1. ក. គេអោយ $P(Z) = Z^2 + 2(2+i)Z + 3 + 4i$

ដោយ Z ជាចំនួនកុំផ្លិច ។ បញ្ជាក់ថា $P(Z)$ ជាការេនៃពហុធាដឺក្រេទីមួយ ។

ខ. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $Z = 1 + i$ ។ បង្ហាញថា $Z^3 = -2 + 2i$ ។ ចំពោះតំលៃ Z នេះ រកចំនួនពិត a និង b ដោយដឹងថា

$$\frac{a}{1+Z} + \frac{b}{1+Z^3} = 2i$$ ។

2. ក. គណនាអាំងតេក្រាលមិនកំណត់:

$$I = \int x^2 \ln x\,dx \qquad J = \int \frac{\sin 2x - \cos x}{\cos x}dx$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ខ. គេឱ្យ $g(x)=\dfrac{x^2+x-6}{x^2-2x-3}$ ។ កំណត់ចំនួនពិត $m;n;p$

ដើម្បីឱ្យបាន $g(x)=m+\dfrac{n}{x+1}+\dfrac{p}{x-3}$

ចំពោះគ្រប់ $x\in]-1;3[$ រួចគណនា $\int_0^2 g(x)dx$ ។

3.* គេចង់ជ្រើសរើសយកសិស្ស 3 នាក់ ក្នុងចំណោមសិស្ស 12 នាក់

ដែលក្នុងនោះមានសិស្សប្រុស 7 នាក់ និងសិស្សស្រី 5 នាក់ ។

រកប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុស2 នាក់ និងសិស្សស្រី1

4. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x)=1+2x+3x^2+......+nx^{n-1}$

ក. កំណត់តំលៃ $a_1;a_2;a_3;.....;a_n$ ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍

$$F(x)=a_1x+a_2x^2+a_3x^3+.....+a_nx^n$$

ជាព្រីមីទីវនៃអនុគមន៍ $f(x)$ ។

ខ. ចំពោះតំលៃ $a_1;a_2;a_3;.....;a_n$ ដែលរកឃើញក្នុងសំនួរ(ក)

បង្ហាញថា $f(x)=\dfrac{nx^{n+1}-(n+1)x^n+1}{(1-x)^2}$ ។

5. *ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតំរុយអរតូណរម៉ាល់វិជ្ជមាន$(0;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ។

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

គេឱ្យបន្ទាត់ពីរៈ

$$(D_1): \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3} \text{ និង } (D_2): \begin{cases} 3x + y - 5z + 1 = 0 \\ 2x + 3y - 8z + 3 = 0 \end{cases}$$

ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (D_1) និង (D_2) អរតូកូណាល់

ខ. តើបន្ទាត់ (D_1) និង (D_2) កាត់គ្នាឬទេ ?

គ. ប្លង់ (P) មួយមានសមីការ $2x + 3y + z - 12 = 0$ ។

រកចំងាយពីគល់តម្រុយ 0 ទៅប្លង់ (P) ។

ចំលើយ

1. ក. បញ្ជាក់ថា $P(Z)$ ជាការេនៃពហុធាដឺក្រេទីមួយ

គេមាន $P(Z) = Z^2 + 2(2+i)Z + 3 + 4i$

$$= Z^2 + 2(2+i)Z + 4 + 4i + i^2$$

$$= Z^2 + 2(2+i)Z + (2+i)^2$$

$$= [Z + (2+i)]^2$$ (២៥)

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

ដូចនេះ **បញ្ជាក់ថា $P(Z)$ ជាការេនៃពហុធាដឺក្រេទីមួយ**

ខ. បង្ហាញថា $Z^3=-2+2i$

គេមាន $Z=1+i$

$$\Rightarrow Z^3=(1+i)^3=1+3i+3i^2+i^3$$

$$=1+3i-3-i=-2+2i$$

ដូចនេះ បង្ហាញថា $\boxed{Z^3=-2+2i}$

រកតំលៃនៃចំនួនពិត a និង b

គេមាន $\dfrac{a}{1+Z}+\dfrac{b}{1+Z^3}=2i$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{1+1+i}+\frac{b}{1-2+2i}=2i$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{2+i}+\frac{b}{-1+2i}=2i$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$\frac{a}{1+1+i}+\frac{b}{1-2+2i}=2i$$

$$\frac{a}{2+i}+\frac{b}{-1+2i}=2i$$

$$\frac{a(2-i)}{4+1}+\frac{b(-1-2i)}{1+4}=2i$$

$$\frac{2a-ai-b-2bi}{5}=2i$$

$$=\frac{2a-b}{5}+\frac{-a-2b}{5}=2i$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{2a-b}{5}=0\\ \frac{-a-2b}{5}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a-b=0\\ -a-2b=10\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2a-b=0\\ -2a-4b=20\end{cases}\Bigg|+$$

$$-5b=20\Rightarrow b=-4$$

$$\Rightarrow a=-2$$

ដូចនេះ $\boxed{a=-2; b=-4}$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

2. ក. គណនាអាំងតេក្រាលមិនកំណត់:

$$I = \int x^2 \ln x dx$$

តាង $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{dx}{x}$

$$dv = x^2 dx \Rightarrow v = \frac{x^3}{3}$$

តាមរូបមន្ត $\int u dv = uv - \int v du$

គេបាន $I = \frac{x^3}{3}\ln x - \int \frac{x^3}{3x} dx$

$$= \frac{x^3}{3}\ln x - \frac{1}{3}\int x^2 dx$$

$$= \frac{x^3}{3}\ln x - \frac{x^3}{9} + c$$

<u>ដូចនេះ</u>

$$\boxed{I = \frac{x^3}{3}\ln x - \frac{x^3}{9} + c}$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$J=\int\frac{\sin 2x-\cos x}{\cos x}dx$$

$$=\int\frac{2\sin x\cos x-\cos x}{\cos x}dx$$

$$=\int(2\sin x-1)dx=-2\cos x-x+c$$

<u>ដូចនេះ</u> $\boxed{J=-2\cos x-x+c}$

ខ. កំណត់ចំនួនពិត $m;n;p$

គេមាន $g(x)=m+\frac{n}{x+1}+\frac{p}{x-3}$

$$=\frac{m(x+1)(x-3)+n(x-3)+p(x+1)}{(x+1)(x-3)}$$

$$=\frac{m(x^2-2x-3)+n(x-3)+p(x+1)}{(x^2-2x-3)}$$

$$=\frac{mx^2+(-2m+n+p)x+(-3m-3n+p)}{(x^2-2x-3)}$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

តែ $g(x)=\dfrac{x^2+x-6}{x^2-2x-3}$

$$\Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ -2m+n+p=1 \\ -3m-3n+p=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=\dfrac{3}{2} \\ p=\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

ដូចនេះ $\boxed{m=1;n=p=\dfrac{3}{2}}$

គណនា $\int_0^2 g(x)dx$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$=\int_0^2\left(1+\frac{3}{2(x+1)}+\frac{3}{2(x-3)}\right)dx$$

$$=\left(x+\frac{3}{2}\ln|x+1|+\frac{3}{2}\ln|x-3|\right)\Big|_0^2$$

$$=\left(2+\frac{3}{2}\ln 3\right)-\left(0+\frac{3}{2}\ln 3\right)$$

$$=2+\frac{3}{2}\ln 3-\frac{3}{2}\ln 3=2$$

ដូចនេះ $\boxed{\int_0^2 g(x)dx=2}$

3. រកប្រូបាបដែលជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុស2 នាក់និងសិស្សស្រី1 នាក់

សិស្សសរុប 12នាក់ គេជ្រើសរើស3 នាក់

$$\Rightarrow n(S)=C(12;3)=\frac{12!}{9!3!}=\frac{10\times11\times12}{2\times3}$$

$$=10\times11\times2=220$$

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ជ្រើសរើសបានសិស្ស

www.facebook.com/7khmer

Fb page : Entertainment And Knowledge

ប្រុស2 នាក់និងសិស្សស្រី1 នាក់

$$n(A)=C(7;2)\times C(5;1)$$

$$=\frac{7!}{5!2!}\times 5=\frac{6\times 7}{2}\times 5=105$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{105}{220}=\frac{21}{44}=0{,}47$$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0{,}47}$

4. គេឱ្យ $f(x)=1+2x+3x^2+....+nx^{n-1}$

ក. កំណត់តំលៃ $a_1;a_2;a_3;.....;a_n$

$$F(x)=a_1x+a_2x^2+.....+a_nx^n$$

$$\Rightarrow F'(x)=a_1++a_2x+.....+na_nx^{n-1}$$

ដើម្បីឱ្យ $F(x)$ ជាព្រីមីទីវនៃ $f(x)$ កាលណា

$$F'(x)=f(x)$$

$$a_1+2a_2x+.....+na_nx^{n-1}=1+2x+3x^2+....+nx^{n-1}$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 1 \\ a_3 = 1 \\ \dots\dots\dots \\ a_n = 1 \end{cases}$$

ដូចនេះ $\boxed{a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n = 1}$

ខ. បង្ហាញថា $f(x) = \dfrac{nx^{n+1} - (n+1)x^n + 1}{(1-x)^2}$

គេមាន:

$$+\begin{cases} f(x) = 1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1} \\ -xf(x) = -x - 2x^2 - 3x^3 - \dots - (n-1)x^{n-1} - nx^n \end{cases}$$

$$f(x) - xf(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1} - nx^n$$

$$= \left(\frac{1-x^n}{1-x}\right) - nx^n$$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$= \frac{1 - x^n - nx^n(1-x)}{1-x}$$

$$= \frac{1-(n+1)x^n + nx^{n+1}}{1-x}$$

$$= \frac{nx^{n+1} - (n+1)x^n + 1}{1-x}$$

$$f(x)(1-x) = \frac{nx^{n+1} - (n+1)x^n + 1}{1-x}$$

$$f(x) = \frac{nx^{n+1} - (n+1)x^n + 1}{(1-x)^2}$$

ដូចនេះ បង្ហាញថា $\boxed{f(x) = \dfrac{nx^{n+1} - (n+1)x^n + 1}{(1-x)^2}}$

5. ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា (D_1) និង (D_2) អរតូកូណាល់គ្នា

$(D_1): \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3}$ មានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\vec{u}(1;-2;3)$

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$(D_2):\begin{cases}3x+y-5z+1=0 & \times(-3)\\ 2x+3y-8z+3=0\end{cases}$$

$$-7x+7z=0$$

$$7(-x+z)=0$$

$$-x+z=0 \qquad x=z$$

យក $z=t;(t\in R)\Rightarrow x=z=t$ $\quad\begin{cases}x=x_0+at\\ y=y_0+ct\\ z=z_0+ct\end{cases}$

គេបាន $3x+y-5z+1=0$

$$3t+y-5t+1=0$$

$$y-2t+1=0$$

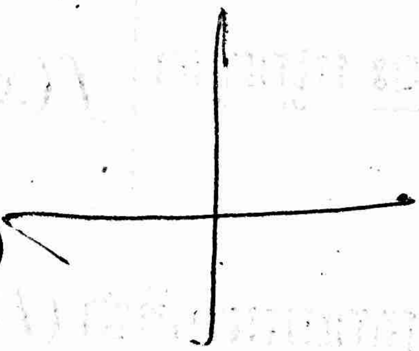
$$y=-1+2t$$

នាំអោយបន្ទាត់ (D_2) មានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\vec{v}(1;2;1)$

$\vec{u}\cdot\vec{v}=1-2\times2+3=0$

$\Rightarrow \vec{u}\perp\vec{v}$

តែ $\begin{cases}\vec{u}\parallel(D_1)\\ \vec{v}\parallel(D_2)\end{cases}\Rightarrow(D_1)\perp(D_2)$



<u>ដូចនេះ</u> បង្ហាញថា(D_1)និង(D_2) អរតូកូណាល់គ្នា ។

ខ. តើបន្ទាត់ (D_1)និង(D_2) កាត់គ្នាឬទេ?

បើ(D_1)និង(D_2) កាត់គ្នាកាលណាវាមានចំណុចប្រសព្វ

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge

$$\begin{cases}(D_1): x = t; y = -1 + 2t; z = t \\ (D_2): x = t; y = 1 - 2t; z = 3t\end{cases}$$

ដោយបន្ទាត់ (D_1) និង (D_2) គ្មានតំលៃរបស់ t ណាមួយដែលធ្វើឱ្យ

បន្ទាត់ទាំងពីរប្រសព្វគ្នា ។

ដូចនេះ (D_1) និង (D_2) មិនកាត់គ្នាទេ ។

គ. រកចំងាយពីគល់តម្រុយ0 ទៅប្លង់ (P)

តាមរូបមន្ត $d(0,(P)) = \dfrac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

ដោយ $(P): 2x + 3y + z - 12 = 0$

$$\Rightarrow a = 2; b = 3; c = 1$$

គេបាន $d(0,(P)) = \dfrac{|0 + 0 + 0 - 12|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2}} = \dfrac{12}{\sqrt{14}} = \dfrac{6\sqrt{14}}{7}$

ដូចនេះ $d(0,(P)) = \dfrac{6\sqrt{14}}{7}$ (ឯកតាប្រវែង)

www.facebook.com/7khmer
Fb page : Entertainment And Knowledge